

УДК 330.322.5

*М. А. Халиков*

Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова, Москва,  
e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru

*Е. С. Кулинченко*

Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова, Москва,  
e-mail: ekaterina.kulin99@gmail.com

*А. А. Струкова*

Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова, Москва,  
e-mail: anastasiia.strukova2003@mail.ru

## **ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СФЕРЫ ПРЕДПРИЯТИЯ С УЧЕТОМ РИСКА СТРУКТУРЫ РАБОЧЕГО КАПИТАЛА**

**Ключевые слова:** денежный поток, динамическая модель, инвестиции в сферу производства, заёмный капитал, оптимизационные модели, производственная сфера предприятия, рабочий капитал, рычаг капитала, структура капитала.

Работа посвящена разработке и адаптации экономико-математического инструментария моделей и методов оптимального управления денежными потоками, генерируемыми в производственной сфере промышленной корпорации, функционирующей в условиях неопределенности и риска. Рассматривается динамическая модель выбора оптимального варианта управления эндогенными параметрами, обеспечивающего непрерывный рост положительного денежного потока в условиях а) постоянной ставки заемного финансирования затрат производственной деятельности; б) переменной ставки, нелинейным образом зависящей от структуры производственного капитала, понимаемой как соотношение заемной и собственной составляющей в объеме пассивов, авансируемых в покрытие затрат. В работе модель денежных потоков производственной сферы рассматривается для предприятия, функция «затраты-выпуск» которого корректно описывается неоклассической зависимостью. Конструирование нелинейной зависимости в паре «структура рабочего капитала – ставка заемного кредита» основано на использовании интерполяционного полинома степени, зависящей от количества наблюдений реальных значений переменных этой пары. В качестве управляемых параметров модели используются коэффициент финансовой зависимости и доля средств из прибыли, направляемых на собственные инвестиции в производственный (в статье – рабочий капитал) предприятия. Проведена серия эмпирических расчетов экономической динамики предприятия для различных вариантов неуправляемых рыночных и управляемых (приведенных выше) параметров модели и сделаны соответствующие выводы о их влиянии на эту динамику и в целом на эффективность производственной деятельности корпорации, использующей заемные источники ее финансирования.

*М. А. Khalikov*

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru

*Е. S. Kulichenko*

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: ekaterina.kulin99@gmail.com

*А. А. Strukova*

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: anastasiia.strukova2003@mail.ru

## **DYNAMIC MODELING OF THE PRODUCTION SPHERE OF THE ENTERPRISE TAKING INTO ACCOUNT THE RISK OF THE WORK CAPITAL STRUCTURE**

**Keywords:** cash flow, dynamic model, investments in the sphere of production, borrowed capital, optimization models, production sphere of the enterprise, working capital, capital leverage, capital structure.

The work is devoted to the development and adaptation of economic and mathematical tools for models and methods of optimal management of cash flows generated in the production sphere of an industrial corporation operating under conditions of uncertainty and risk. A dynamic model is considered for choosing the optimal option for controlling endogenous parameters, which ensures a continuous growth of positive cash flow under the conditions of a) a constant rate of debt financing of production costs; b) a variable rate,

nonlinearly dependent on the structure of productive capital, understood as the ratio of borrowed and own components in the volume of liabilities advanced to cover costs. In this paper, the model of cash flows in the production sphere is considered for an enterprise whose input-output function is correctly described by neoclassical dependence. The construction of a nonlinear relationship in the pair “structure of working capital – loan rate” is based on the use of an interpolation polynomial of a degree depending on the number of observations of the real values of the variables of this pair. As the controllable parameters of the model, the financial dependence coefficient and the share of funds from the profit directed to own investments in the production (in the article – working capital) of the enterprise are used. A series of empirical calculations of the economic dynamics of an enterprise for various options for uncontrolled market) and controlled (above) parameters of the model was carried out, and appropriate conclusions were drawn about their impact on this dynamics and, in general, on the efficiency of production activities of a corporation using borrowed sources of its financing.

### Введение

В современной экономике приоритетом рыночной деятельности производственной корпорации становится не краткосрочный критерий ее доходности и прибыльности, а долгосрочный критерий стоимости денежного потока, генерируемого в этой сфере, на величину которого существенное влияние оказывают неопределённость внешних товарных и финансовых рынков, внешние и внутренние риски и наиболее важный из них – потеря платежеспособности и банкротство. Для управления этими рисками важное значение приобретают инструменты экономико-математического моделирования и выбора оптимального варианта управления денежными потоками предприятия, реализованные в статичном и динамическом вариантах. Тематика разработки и адаптации таких моделей не является новой и представлена в работах, цитируемых ниже, а также опубликованных авторами ранее. Однако в этих работах модели денежных потоков предприятия не являются в полном смысле универсальными и не учитывают значительное число факторов его внешней и внутренней сред. В частности, в них не учитывается фактор риска структуры капитала, покрывающего затраты производственной деятельности, и стоимость заемного финансирования, влияющего на их эффективность и зависящего от этой структуры.

**Цель исследования** – разработка и верификация динамической модели управления денежными потоками производственной сферы предприятия с неоклассической функцией «затраты-выпуск» с учетом риска структуры рабочего капитала, влияющего на стоимость заемного финансирования затрат производственной деятельности

### Методологическая основа исследования

Настоящая работа является прямым продолжением более ранних исследований

проф. М.А. Халикова и его учеников, опубликованных в статьях [2,9,10]. Вид, свойства и формальные соотношения неоклассической зависимости в паре «выпуск-затраты» авторы заимствовали из работ Г.Б. Клейнера [4,5,6], Ф. Турино, П. Самуэльсона и Р. Солоу [14,15,16]. Необходимо отметить определенную связь изложенного материала с работами М.А. Бендикова [2], Б. Коласса [7], М. Круи [8] и Ю. Е. Хрусталева [11], посвященными повышению эффективности и устойчивости высокотехнологичных предприятий и холдингов, функция «выпуск-затраты» которых адекватно описывается аналитической зависимостью в неоклассической форме. Математический инструментарий методов и численных алгоритмов расчетов по динамической модели авторы разработали самостоятельно, а также частично заимствовали из работ Н.П. Бахвалова [1,12,13 (в части аппроксимации зависимости в паре «риск структуры рабочего капитала-эффективная ставка по краткосрочному банковскому кредиту)], Р. Дорфмана [12] и Д. Лиенберга [13] (в части методов решения задач математического программирования, заданных в параметрическом варианте).

### Результаты исследования и их обсуждение

#### 1. Основные понятия и соотношения динамической модели «затраты-выпуск».

В соответствии с функциями и особенностями управления рабочим (производственным) капиталом производственной сферы предприятия (отметим, что употребление термина «рабочий капитал предприятия» связано с процитированными выше работами М.А. Халикова и его учеников, в которых он связывается с переменными активами производственной сферы и покрывающими их пассивами, а также амортизируемой частью постоянного капитала) приведем следующую принципиальную схему денежных

потоков его производственной сферы (рис. 1) и описание балансов их составляющих, задаваемых следующими соотношениями:

$$X_t = W_t + O_t + Y_t; \quad (1)$$

$$X_t \leq \min\{F(t; PK_t); Sp_t\}; \quad (2)$$

$$O_t = \tau(X_t - W_t - \rho_t \cdot 3K_{t-1}) + (1 + \rho_t) \cdot 3K_{t-1} = \tau(X_t - W_t) + (1 + \rho_t(1-\tau)) \cdot 3K_{t-1}; \quad (3)$$

$$Y_t = I_t + D_t; \quad (4)$$

$$PK_{t+1} = W_t + I_t + 3K_{t+1}; \quad (5)$$

$$W_t, I_t, D_t \geq 0, \quad (6)$$

$$PK_0 = PK_n, \quad (7)$$

где  $t$  – индекс интервала планирования ( $t = \overline{0, T}$ );  $F(t; PK)$  – производственная функция, устанавливающая зависимость в паре «валовой доход производственной деятельности – затраты производственного капитала» в условиях реализации выбранного на шаге  $t$  варианта производственной деятельности (производственной программы);  $Sp_t$  – рыночный спрос (в стоимостном выражении) для шага  $t$ ;  $\tau$  – налог на прибыль хозяйствующего субъекта;  $\rho_t$  – ставка по кредитам для периода  $t$ ;  $PK_n$  – величина производственного капитала в конце нулевого ин-

тервала планирования, равная сумме первоначального объема текущих активов и первоначальным собственным инвестициям в капитал производственной сферы.

Из (1), (3) и (4) следует:

$$X_t = \tau X_t + (1-\tau)W_t + (1 + \rho_t(1-\tau)) \cdot 3K_{t-1} + D_t + I_t,$$

откуда:

$$(1-\tau) X_t = (1-\tau)W_t + (1 + \rho_t(1-\tau)) \cdot 3K_{t-1} + D_t + I_t,$$

или

$$X_t = W_t + \left(\frac{1}{1-\tau} + \rho_t\right) \cdot 3K_{t-1} + \frac{1}{1-\tau}(D_t + I_t) \quad (8)$$

На основании (8) можно привести выражение для остаточного дохода (суммы чистых инвестиций и непроизводственного потребления):

$$D_t + I_t = (1-\tau)(X_t - W_t) - (1 + \rho_t(1-\tau)) \cdot 3K_{t-1}. \quad (9)$$

Отметим, что соотношения (1)–(9), описывающие трансформацию производственного капитала предприятия на этапах производственно-коммерческого цикла, не включают элементы, связанные с амортизацией основного капитала. В данном случае это сделано сознательно с целью упрощения модели.



Рис. 1. Схема денежных потоков производственной сферы предприятия (производственной корпорации)

Однако, здесь и далее будем считать, что амортизация используется исключительно для восстановления (реновации) основного капитала в данном или следующих плановых периодах и не используется в финансировании затрат текущей производственной деятельности (включая и оплату труда).

С учетом сделанных замечаний можно утверждать, что система уравнений (1)–(9) корректно задает T-шаговую процедуру трансформации производственного капитала по величине и структуре и может служить основой динамической модели выбора их оптимальных по выбранному критерию величин. В качестве таких критериев рассматриваются:

- дисконтированный поток доходов собственников:

$$PD_T = \sum_{t=1}^T \frac{D_t}{(1+e)^t}, \quad (10)$$

где  $e$  – ставка дисконтирования доходов (как правило, планируемая ставка доходности собственного капитала);

- средняя за период отдача (рентабельность) производственного капитала, авансированного в затраты:

$$\tau_t = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{Y_t}{W_t}, \quad (11)$$

- средний за период индекс доходности собственных инвестиций в производственный капитал:

$$In_T = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{Y_t}{I_t}. \quad (12)$$

При этом в составе системы ограниченной динамической модели предлагается дополнительно учитывать: максимально допустимый риск структуры капитала (доля заемных средств в производственном капитале) – для моделей с критериями (11), (12); минимально допустимую рентабельность и максимально допустимый риск структуры производственного капитала – для модели с критерием (10).

$$\begin{aligned} Cs_t &= (1-\tau)(p_{t-1} \cdot v_{t-1} - \underline{PK}_{t-1} - \rho_{t-1} \cdot \beta_{t-1} \cdot \underline{PK}_{t-1}) + \underline{PK}_{t-1} = \\ &= (1-\tau)(p_{t-1} \cdot v_{t-1} - \rho_{t-1} \cdot \beta_{t-1} \cdot \underline{PK}_{t-1}) + \tau \cdot \underline{PK}_{t-1} = \\ &= (1-\tau) \cdot \rho_{t-1} \times v_{t-1} + \underline{PK}_{t-1} \cdot (\tau - (1-\tau) \cdot \beta_{t-1}) \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\tau$  – налог на прибыль;  $p_{t-1}$  – стоимость продукции для периода  $(t-1)$ ;  $\rho_{t-1}$  – стоимость заемных средств (в объеме  $\beta_{t-1} \cdot \underline{PK}_{t-1}$ ), включаемых в производственный капитал для периода  $(t-1)$ .

## 2. Постановка задачи моделирования экономической динамики предприятия с неоклассической производственной функцией.

Рассмотрим постановку задачи моделирования экономической динамики предприятия для важного частного случая, когда зависимость между выпуском и затратами задается неоклассической производственной функцией степени однородности  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ). Напомним, степень однородности (масштаб производства) – характеристика роста объема выпуска при росте совокупных затрат рабочего капитала на один процент. Если в границах экономической области предприятия производственная функция является однородной степени  $\alpha$ , то зависимость в паре «выпуск-затраты» корректно описывается соотношением:

$$c(v_t) = c(1) \cdot v_t^{1/\alpha}, \quad (13)$$

где  $v_t$  – величина выпуска (в натуральном или стоимостном выражениях) для периода планирования  $t$ ;  $c(v_t)$  – совокупные затраты на объем выпуска  $v_t$ ;  $c(1)$  – удельные затраты.

Из (13) следует:

$$v_t = (c(v_t) / c(1))^\alpha. \quad (13')$$

Так как производственный капитал полностью покрывает затраты, то представим (13') в виде:

$$v_t = (\underline{PK}_t)^\alpha / z, \quad (14)$$

где  $\underline{PK}_t$  – производственный капитал, сформированный в начале периода  $t$  и направляемый на покрытие затрат операционной деятельности этого периода;  $z = (c(1))^\alpha$ .

Если  $\beta_t$  – доля заемного капитала, а  $CsPK_t$  – величина собственных средств в производственном капитале для периода  $t$ , то

$$\underline{PK}_t = CsPK_t / (1 - \beta_t). \quad (15)$$

$CsPK_t$  – часть собственного капитала  $Cs_t$  предприятия в начале периода  $t$ , который образуется из чистой прибыли и покрытых из выручки затрат операционной деятельности периода  $(t-1)$ .

Производственный капитал  $\underline{PK}_t$ , формируемый для периода  $t$ , образуется путем выделения собственниками регулируемой доли  $\gamma_t$  из собственных средств  $Cs_t$  на начало периода  $t$  и краткосрочного кредита, доля которого соответствует рычагу капитала  $\beta_t$ :

$$\underline{PK}_t = \gamma_t \cdot Cs_t / (1 - \beta_t) \quad (17)$$

или с учетом (16):

$$\underline{PK}_t = \gamma_t \left[ (1 - \tau) \cdot p_{t-1} \cdot v_{t-1} + \underline{PK}_{t-1} \cdot (\tau - (1 - \tau) \cdot \rho_{t-1} \cdot \beta_{t-1}) \right] / (1 - \beta_t). \quad (18)$$

На основании (14) делаем вывод, что:

$$PK_t = (v_{t-1} \cdot z)^{1/\alpha} \text{ или}$$

$$\underline{PK}_{t-1} = v_{t-1}^{1/\alpha} \cdot c(1), \quad (14'')$$

С учетом (14'') представим (18) в виде:

$$\underline{PK}_t = \frac{\gamma_t}{1 - \beta_t} \cdot \left[ (1 - \tau) \cdot p_{t-1} \cdot v_{t-1} + v_{t-1}^{1/\alpha} \cdot c(1) \cdot (\tau - (1 - \tau) \cdot \rho_{t-1} \cdot \beta_{t-1}) \right]. \quad (19)$$

Используя соотношения (14) и (19), получим следующее рекуррентное уравнение, связывающее выпуски  $v_t$  и  $v_{t-1}$  на последовательных интервалах планирования:

$$v_t = \left( \frac{\gamma_t}{(1 - \beta_t) \cdot c(1)} \right)^\alpha \cdot \left[ (1 - \tau) \cdot p_{t-1} \cdot v_{t-1} + v_{t-1}^{1/\alpha} \cdot c(1) \cdot (\tau - (1 - \tau) \cdot \rho_{t-1} \cdot \beta_{t-1}) \right]^\alpha. \quad (20)$$

Возвращаясь к формуле (16) расчета величины  $Cs_t$  собственного капитала по завершении периода  $(t - 1)$ , определим ту его часть, которая направляется в фонд потребления и в дальнейшем выплачивается акционерам в форме дивидендов.

$$D_t = (1 - \gamma_t) \cdot Cs_t = (1 - \gamma_t) \cdot \left[ (1 - \tau) \cdot p_{t-1} \cdot v_{t-1} + \underline{PK}_{t-1} \cdot (\tau - (1 - \tau) \cdot \rho_{t-1} \cdot \beta_{t-1}) \right], \quad (21)$$

где  $D_t$  – абсолютный прирост фонда потребления в конце периода  $t$ .

В динамической модели предприятия, задаваемой соотношениями (19)–(21), экзогенными (неуправляемыми) параметрами являются: ставка  $\tau$  налогообложения прибыли, вектора  $p$  и  $\rho$  цен соответственно товарного и финансового рынков (по интервалам планирования).

Детерминантами модели являются показатели используемой технологии:  $\alpha$  – степень однородности (суммарная эластичность производственной функции),  $c(1)$  – удельные затраты.

Эндогенными (управляемыми) параметрами являются:  $v_t$  – объем выпуска в первом плановом периоде, вектора  $\vec{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_t, \dots, \gamma_T)$  и  $\vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_t, \dots, \beta_T)$  относительных долей соответственно пополнения производственного капитала предприятия из собственных средств и финансирования операционной деятельности из заёмных источников.

Таким образом, уравнения (19)–(21) задают возможные траектории изменения объемов средств в производственном капитале и в фонде потребления предприятия в зависимости от проводимой собственниками и менеджментом политики в сфере финансирования производственной деятельности. Последняя включает выбор структуры производственного капитала (управление долей  $\beta_t$  заёмных средств) и его объёма (управление долей  $\gamma_t$  собственных средств, вкладываемых в производство).

### 3. Эмпирические расчеты по динамической модели.

Практическое значение динамической модели (19)–(21), заключается в возможности решения следующих задач производственного и финансового планирования:

- выбор оптимального по рыночному критерию (максимум финансового результата операционной деятельности) объёма производства, величины и структуры производ-

ственного капитала для следующего интервала планирования, исходя из его величины и структуры в текущем периоде, изменений экзогенных и эндогенных параметров функционирования предприятия;

- определение оптимальных пропорций в собственные инвестиции в рабочий капитал и непроемленное потребление.

Для исследования экономической динамики предприятия с нелинейной неоклассической производственной функцией, задаваемой уравнениями (19)–(21), будем предполагать заданными: ставку  $\tau$  налогообложения прибыли, цены  $p$  – товарного и  $\rho$  – финансового рынков, а также технологические константы:  $c(1)$  (удельные затраты) и  $v_1$  (выпуск на первом интервале планирования – в натуральных единицах).

В первой части эмпирических исследований экономической динамики предприятия с неоклассической производственной функцией представим результаты расчетов по динамической модели для случая функции степени однородности  $\alpha = 0,8$  по нашим исследованиям достаточно приближенный к реальной практике реального сектора экономики масштаб производства (производственных корпораций) и для различных комбинаций управляемых параметров  $\gamma_t$  и  $\beta_t$ . Эти расчеты проведены для следующих рыночных и технологических констант:  $\tau = 0,20$ ;  $p = 2$ ;  $c(1) = 1,2$ ;  $\rho = 0,15$ ;  $v_1 = 16$ ;  $CS_1 = 0$ . Характер динамики выпуска для различных комбинаций параметров  $\gamma_t, \beta_t$  отражен в табл. 1-4, а результаты расчетов приведены на рисунках 2-4.

**Таблица 1**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,4, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	5,8027	7,9414	15,3600
3	3,7782	4,5733	8,1262
4	2,5241	2,9578	4,7176
5	1,7896	2,0955	3,0581
6	1,3477	1,5950	2,1666
7	1,0704	1,2848	1,6479
8	0,8890	1,0823	1,3261
9	0,7659	0,9447	1,1160
10	0,6798	0,8480	0,9732
11	0,6181	0,7784	0,8730
12	0,5729	0,7272	0,8008

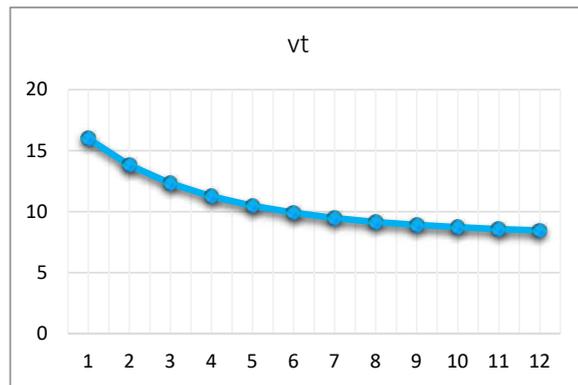


Рис. 2. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,4, \gamma = 0,4$

**Таблица 2**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	-31,7440	17,2322	15,3600
3	-35,8610	18,2269	15,7323
4	-39,2911	19,0165	16,5821
5	-42,0786	19,6351	17,2525
6	-44,3013	20,1150	17,7751
7	-46,0489	20,4847	18,1791
8	-47,4081	20,7677	18,4894
9	-48,4568	20,9836	18,7264
10	-49,2610	21,1477	18,9069
11	-49,8750	21,2721	19,0439
12	-50,3420	21,3663	19,1476

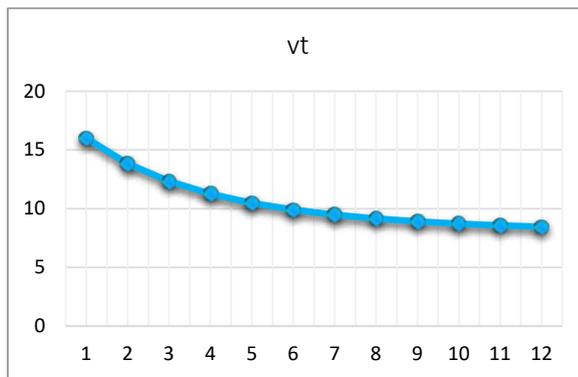


Рис. 3. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$

**Таблица 3**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,4, \gamma = 0,8$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	11,6053	13,8268	5,1200
3	10,7267	12,3264	4,7596
4	10,0364	11,2605	4,2541
5	9,5006	10,4863	3,8931
6	9,0861	9,9139	3,6298
7	8,7651	9,4849	3,4347
8	8,5162	9,1598	3,2882
9	8,3225	8,9114	3,1769
10	8,1716	8,7202	3,0919
11	8,0536	8,5724	3,0263
12	7,9614	8,4576	2,9756

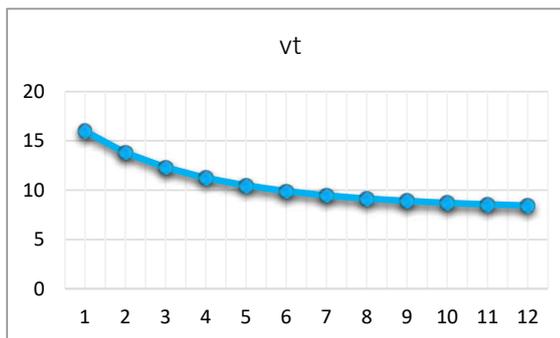


Рис. 4. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,4, \gamma = 0,8$

**Таблица 4**

Характер экономической динамики предприятия с неоклассической производственной функцией

$\alpha$	$\gamma_t$	$\beta_t$	Динамика «выпуск-затраты»
0,8	0,4	0,4	Экспоненциальное падение
0,8	0,8	0,4	Квазилинейный рост
0,83	0,8	0,3	Умеренное экспоненциальное падение

Модель адекватна и корректно описывает характер поведения динамики выпуска в производственной сфере предприятия в соответствии с изменениями параметров  $\gamma, \beta$  (растут инвестиции в рабочий капитал – растет выпуск конечного продукта; растет доля заемных средств и увеличивается риск рабочего капитала – растет выпуск не только по причине роста объема финансирования затрат, но и по причине положительного влияния заемного финансирования на эффективность затрат собственного капитала).

В целом, приведенные теоретические обоснования модели «выпуск-затраты» и практические расчеты убедительно демонстрируют актуальность постановки задачи оптимизации структуры производственного капитала предприятия на основе корректного определения управляемых параметров, в качестве которых предложено использовать темп накопления в производственном капитале собственных средств и коэффициент долга.

Однако в модели не учтена зависимость ставки заемного финансирования от плеча финансового рычага, в связи с чем предлагается установить эту зависимость с использованием интерполяционного многочлена Лагранжа.

Рассмотрим математический инструментарий методов конструирования функциональной зависимости в паре «уровень риска структуры капитала – процентная ставка по кредиту». В качестве такого предложено использовать интерполяционный многочлен Лагранжа [3] степени  $n-1$ , построенный на основе известных значений пары «структура капитала-стоимость заемного финансирования»:  $\{(l_k, r_k), k = \overline{1, n}\}$

$$r(l) = \sum_{k=1}^n r_k \times L_k^{(n)}(l), \quad (22)$$

где  $n$  – степень интерполяционного многочлена,  $k$  – индекс узловой точки;  $L_k^{(n)}$  – лагранжевый коэффициент:

$$L_k^{(n)}(l) = \frac{(l-l_1) \dots (l-l_{k-1})(l-l_{k+1}) \dots (l-l_n)}{(l_k-l_1) \dots (l_k-l_{k-1})(l_k-l_{k+1}) \dots (l_k-l_n)}. \quad (23)$$

Представим полином (23) в виде:

$$y = L_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (24)$$

где  $a_k$  ( $k = \overline{0,n}$ ) – коэффициенты, полученные на основе пар  $(x_k; y_k)$  ( $k = \overline{0,n}$ ).

Для целей минимизации возможной ошибки аппроксимации функции  $y = f(x)$  полиномом (24) степени  $n$  рекомендуется использовать контрольную процедуру, включающую следующие этапы:

- построить полиномы (24) для различных значений  $n$ ;

- определить значение полинома оцениваемой степени  $n$  в отдельно выбранных (не используемых в основном алгоритме) контрольных узлах и сопоставить фактические значения зависимой переменной  $y$  с истинными значениями  $y_k$ ;

- рассчитать ошибку аппроксимации для каждого построенного полинома и выбрать полином, обеспечивающий наименьшую погрешность.

Однако приведенная схема выбора интерполяционного полинома не является идеальной, поскольку ошибка аппроксимации непосредственно зависит от выбора узловых точек  $x_k$ .

Тем не менее, предполагая определенной аналитическую форму интерполяционного полинома, перейдем к описанию процедуры формирования барьерного значения коэффициента автономии на основе задаваемого значения цены заемного финансирования.

В качестве цены заемного финансирования  $y$  в силу отсутствия иной информации нами принято решение использовать средневзвешенную ставку по рублевым креди-

там, предоставляемых Центральным банком РФ за период 2014-2019 гг. нефинансовым организациям на срок до одного года (в этом качестве выбрано ОАО «Сургутнефтегаз») (таблица 5). Значение коэффициента автономии и для ОАО «СУРГУТНЕФТЕГАЗ» приведено в таблице 6.

За исследуемый временной интервал принимается период с 2014 по 2019 гг., все показатели являются среднегодовыми. На основе данных таблиц 5 и 6 построим полином третьей степени с рассчитанными лагранжевыми коэффициентами  $a_k$ :

$$r(l) = 117968,541 - 385989,0819 \times x + 420817,9832 \times x^2 + 152841,08375 \times x^3 \quad (26)$$

Произведем исследование экономической динамики предприятия с нелинейной неоклассической производственной функцией при заданном значении отдачи от масштаба производства  $\alpha = 0,8$  и со следующими фиксированными показателями: ставкой  $\tau = 0,20$  налогообложения прибыли, ценами  $p = 2$  – товарного и  $\rho = 0,15$  – финансового рынков, а также с технологическими константами:  $c(1) = 1,2$  (удельные затраты) и  $v_1 = 16$  (выпуск на первом интервале планирования – в натуральных единицах),  $CS_1 = 0$ .

Пусть ставка кредита зависит от доли заёмных средств в производственном капитале в соответствии с формулой (26) (в которой,  $x = \beta$ ). Проведем расчеты экономической динамики предприятия (в данном случае, аналога ОАО «СУРГУТНЕФТЕГАЗ») с переменной ставкой заемного финансирования, задаваемой формулой (26).

**Таблица 5**

Средневзвешенная ставка по рублевым кредитам нефинансовым организациям сроком до одного года

Год	2014	2015	2016	2017	2018	2019
r (ставка, %)	12,32	16,46	13,7	11,17	9,28	9,52

**Таблица 6**

Значение коэффициента автономии для ОАО «СУРГУТНЕФТЕГАЗ»

Год	2014	2015	2016	2017	2018	2019
коэффициент автономии	0,919	0,866	0,932	0,975	0,985	0,940

**Таблица 7**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	16,161	6,494	15,360
3	6,284	3,172	7,932
4	2,982	1,793	3,705
5	1,652	1,138	2,034
6	1,034	0,793	1,266
7	0,713	0,594	0,870
8	0,530	0,472	0,645
9	0,419	0,393	0,509
10	0,347	0,339	0,421
11	0,299	0,302	0,362
12	0,265	0,275	0,321

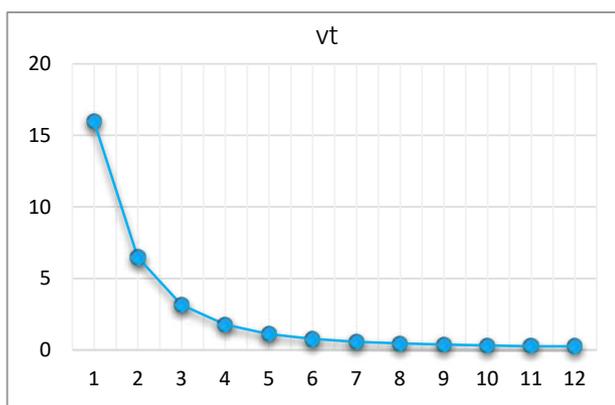


Рис. 5. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$

**Таблица 8**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,6, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	29,520	10,537	15,360
3	19,184	7,617	11,923
4	13,738	5,916	8,488
5	10,596	4,857	6,521
6	8,655	4,163	5,312
7	7,389	3,690	4,527
8	6,530	3,357	3,995
9	5,928	3,118	3,623
10	5,495	2,942	3,356
11	5,179	2,811	3,161
12	4,943	2,712	3,015

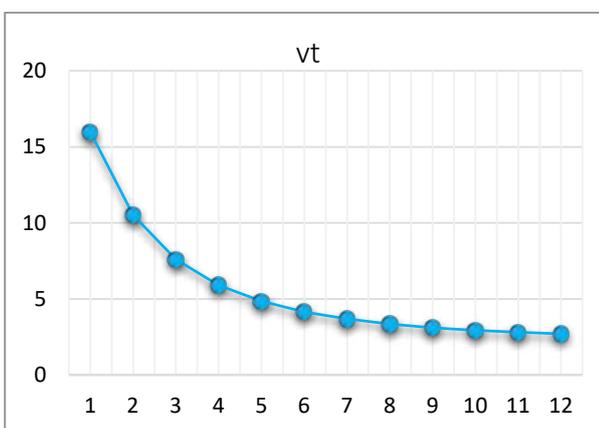


Рис. 6. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,6, \gamma = 0,4$

**Таблица 9**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	54,469	17,232	15,360
3	58,729	18,227	17,934
4	62,173	19,016	18,998
5	64,909	19,635	19,843
6	67,054	20,115	20,507
7	68,719	20,485	21,023
8	70,002	20,768	21,420
9	70,985	20,984	21,725
10	71,735	21,148	21,957
11	72,305	21,272	22,134
12	72,737	21,366	22,268

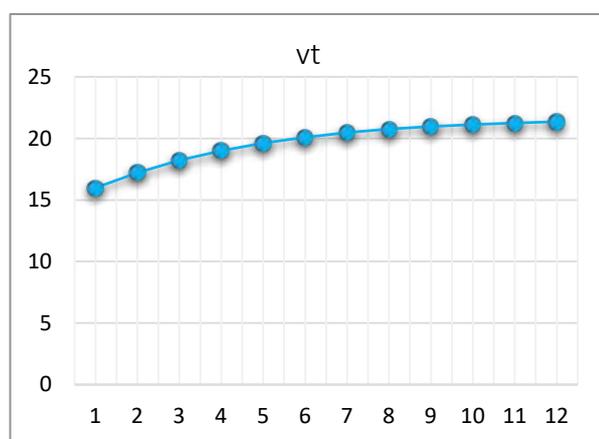


Рис. 7. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$

**Таблица 10**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,2, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	24,241	8,983	10,240
3	13,229	5,678	7,446
4	8,194	3,942	4,560
5	5,606	2,949	3,097
6	4,147	2,340	2,280
7	3,264	1,947	1,788
8	2,698	1,681	1,474
9	2,319	1,496	1,265
10	2,056	1,363	1,120
11	1,868	1,266	1,016
12	1,730	1,193	0,941

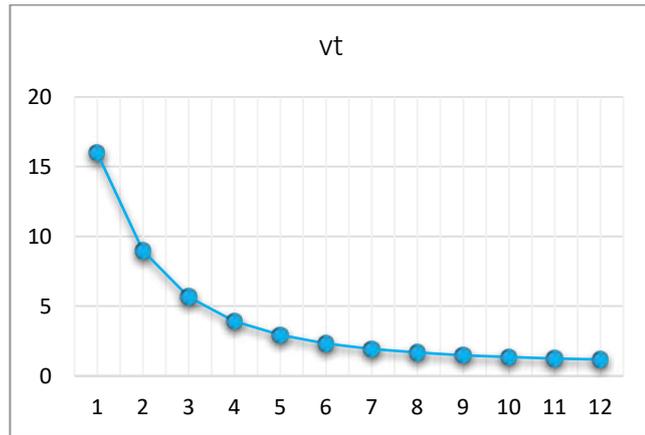


Рис. 8. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,2, \gamma = 0,6$

**Таблица 11**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,6, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	44,280	14,574	10,240
3	40,209	13,556	11,135
4	37,313	12,815	10,317
5	35,211	12,268	9,725
6	33,661	11,859	9,289
7	32,504	11,550	8,964
8	31,633	11,316	8,719
9	30,972	11,137	8,534
10	30,468	11,000	8,392
11	30,081	10,895	8,284
12	29,784	10,814	8,201

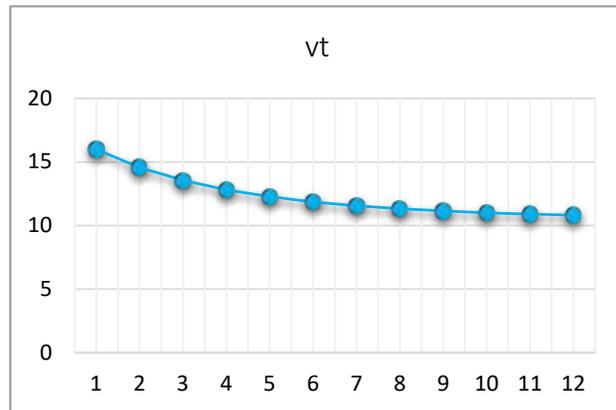


Рис. 9. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,6, \gamma = 0,6$

**Таблица 12**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,8, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	81,703	23,835	10,240
3	122,476	32,193	16,645
4	166,276	40,322	22,689
5	209,114	47,681	28,637
6	248,066	53,987	34,076
7	281,560	59,171	38,775
8	309,163	63,300	42,662
9	331,197	66,514	45,775
10	348,372	68,973	48,207
11	361,524	70,830	50,073
12	371,465	72,219	51,486

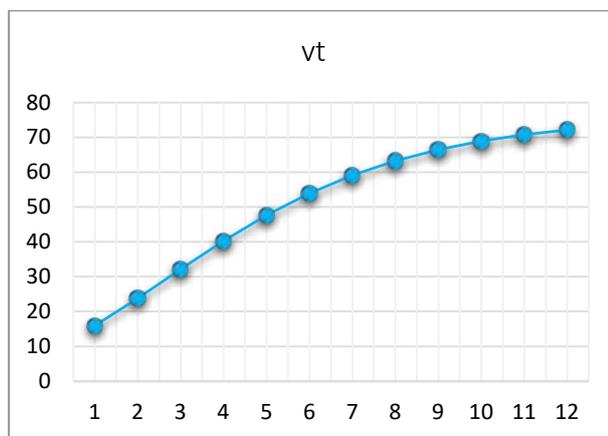


Рис. 10. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,8, \beta = 0,8, \gamma = 0,6$

**Таблица 13**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	15,765	6,986	15,360
3	6,681	3,523	8,362
4	3,297	2,001	4,084
5	1,843	1,253	2,267
6	1,140	0,851	1,396
7	0,767	0,618	0,936
8	0,553	0,474	0,673
9	0,422	0,380	0,513
10	0,337	0,317	0,409
11	0,280	0,273	0,340
12	0,240	0,241	0,291

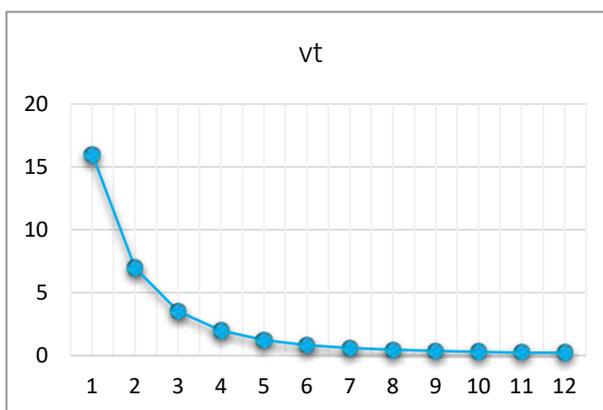


Рис. 11. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$

**Таблица 14**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,6, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	29,058	11,648	15,360
3	20,997	9,001	12,962
4	16,130	7,298	9,927
5	13,019	6,152	7,994
6	10,936	5,352	6,703
7	9,488	4,778	5,808
8	8,451	4,355	5,168
9	7,690	4,038	4,699
10	7,120	3,797	4,348
11	6,686	3,610	4,081
12	6,351	3,465	3,875

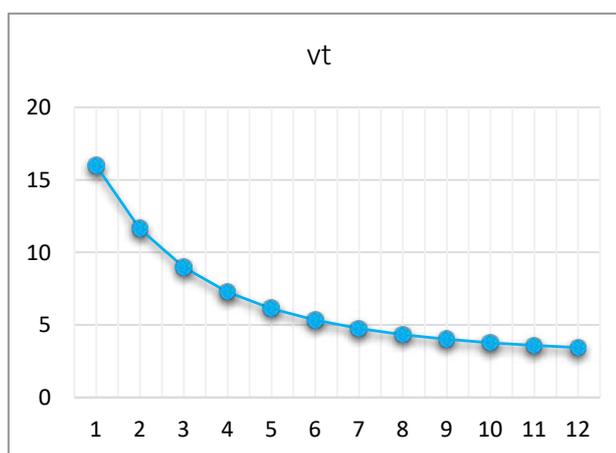


Рис. 12. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,6, \gamma = 0,4$

**Таблица 15**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	54,084	19,576	15,360
3	66,320	22,994	20,174
4	78,044	26,137	23,767
5	88,847	28,940	27,084
6	98,497	31,378	30,051
7	106,902	33,457	32,638
8	114,077	35,203	34,849
9	120,106	36,649	36,708
10	125,106	37,837	38,250
11	129,211	38,803	39,518
12	132,555	39,585	40,550

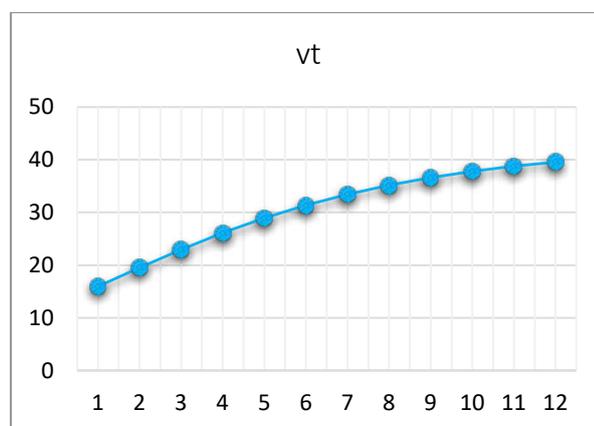


Рис. 13. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$

**Таблица 16**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,2, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	23,648	9,781	10,240
3	14,195	6,514	7,915
4	9,323	4,656	5,163
5	6,592	3,527	3,632
6	4,952	2,804	2,719
7	3,910	2,319	2,141
8	3,217	1,982	1,758
9	2,738	1,741	1,494
10	2,396	1,564	1,306
11	2,146	1,431	1,168
12	1,959	1,329	1,066

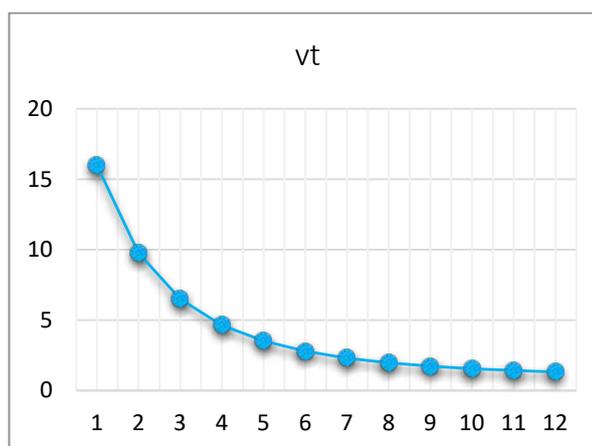


Рис. 14. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,2, \gamma = 0,6$

**Таблица 17**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,6, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	43,588	16,309	10,240
3	44,449	16,564	12,217
4	45,161	16,773	12,416
5	45,747	16,946	12,579
6	46,229	17,087	12,713
7	46,623	17,202	12,823
8	46,946	17,296	12,913
9	47,209	17,373	12,986
10	47,424	17,436	13,046
11	47,599	17,486	13,095
12	47,741	17,528	13,135

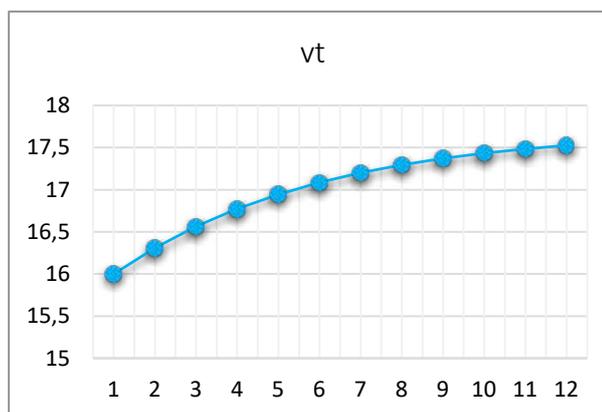


Рис. 15. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,6, \gamma = 0,6$

**Таблица 18**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,8, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	81,126	27,408	10,240
3	139,833	42,076	18,922
4	215,832	59,086	29,309
5	304,487	77,216	41,489
6	399,451	95,262	54,602
7	494,371	112,264	67,768
8	584,105	127,597	80,265
9	665,242	140,950	91,606
10	736,062	152,266	101,533
11	796,180	161,651	109,981
12	846,109	169,305	117,011

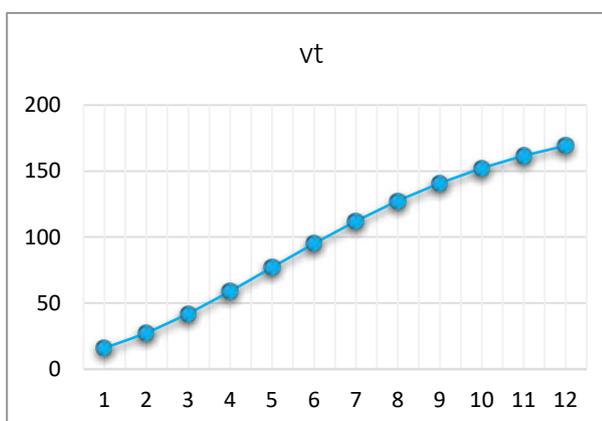


Рис. 16. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,83, \beta = 0,8, \gamma = 0,6$

**Таблица 19**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	15,439	7,512	15,360
3	7,105	3,930	8,833
4	3,660	2,255	4,519
5	2,074	1,400	2,549
6	1,276	0,931	1,562
7	0,841	0,655	1,027
8	0,588	0,485	0,717
9	0,433	0,375	0,527
10	0,333	0,300	0,405
11	0,266	0,248	0,323
12	0,219	0,211	0,266

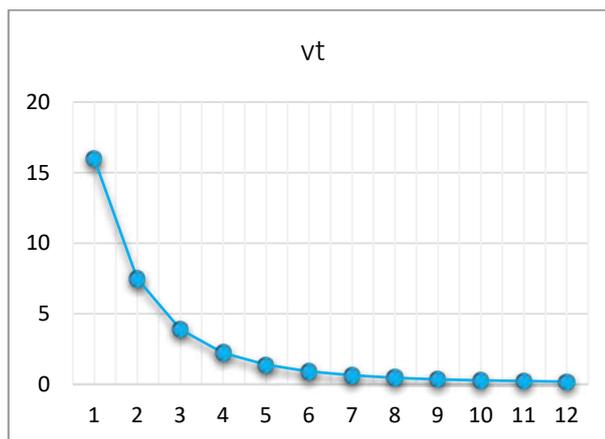


Рис. 17. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$

**Таблица 20**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,2, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	28,678	12,859	15,360
3	22,961	10,686	14,101
4	19,022	9,134	11,665
5	16,219	7,997	9,934
6	14,169	7,144	8,670
7	12,635	6,492	7,726
8	11,465	5,985	7,006
9	10,557	5,586	6,448
10	9,844	5,269	6,010
11	9,276	5,014	5,661
12	8,820	4,806	5,381

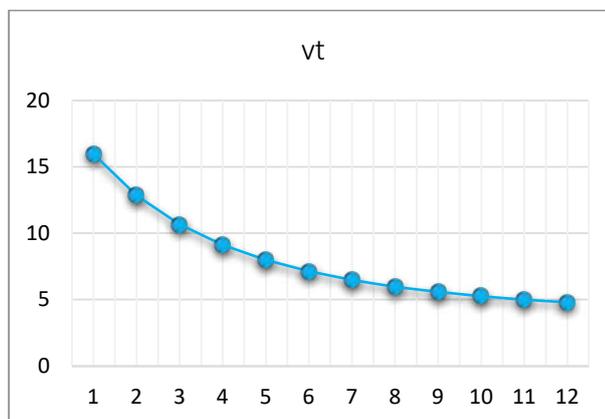


Рис. 18. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,6, \gamma = 0,4$

**Таблица 21**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	53,767	22,179	15,360
3	74,725	29,148	22,665
4	98,428	36,620	29,890
5	123,907	44,299	37,669
6	150,144	51,911	45,691
7	176,201	59,233	53,669
8	201,303	66,099	61,363
9	224,874	72,403	68,596
10	246,540	78,090	75,249
11	266,102	83,144	81,262
12	283,503	87,582	86,614

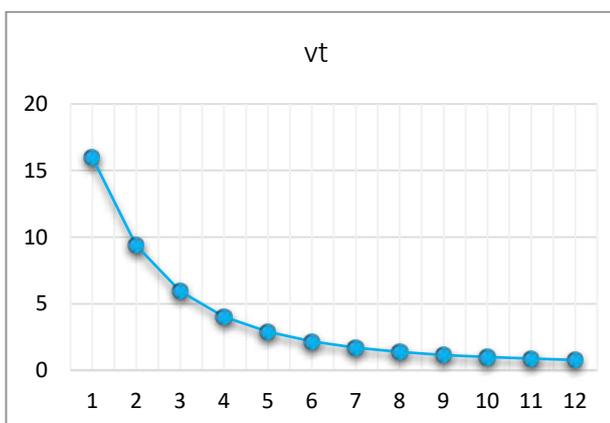


Рис. 19. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,8, \gamma = 0,4$

**Таблица 22**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,2, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	23,158	10,647	10,240
3	15,241	7,510	8,435
4	10,654	5,568	5,873
5	7,841	4,308	4,309
6	6,031	3,458	3,306
7	4,816	2,863	2,635
8	3,971	2,436	2,170
9	3,366	2,120	1,837
10	2,922	1,882	1,593
11	2,588	1,700	1,409
12	2,332	1,557	1,269

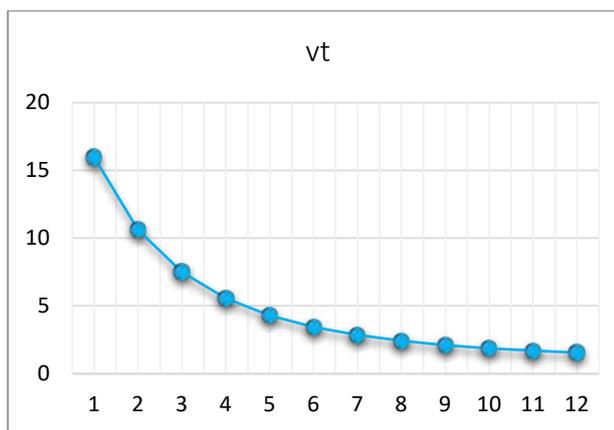


Рис. 20. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,2, \gamma = 0,6$

**Таблица 23**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,6, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	43,017	18,224	10,240
3	49,108	20,346	13,420
4	54,937	22,335	15,027
5	60,408	24,168	16,537
6	65,461	25,836	17,934
7	70,065	27,335	19,208
8	74,211	28,671	20,355
9	77,907	29,851	21,380
10	81,176	30,886	22,286
11	84,045	31,788	23,081
12	86,550	32,572	23,776

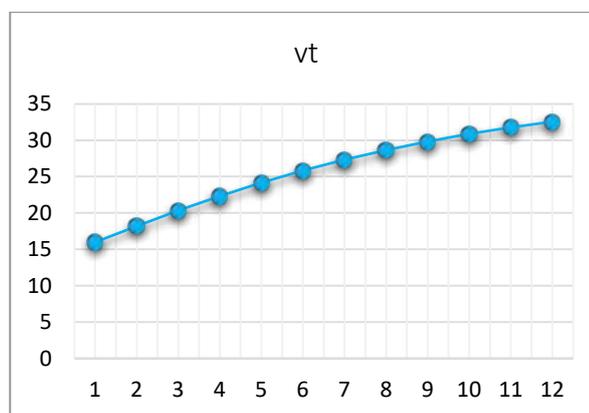


Рис. 21. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,6, \gamma = 0,6$

**Таблица 24**

(расчеты для параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,8, \gamma = 0,6$ )

$t$	$PK_t$	$v_t$	$D_t$
1	0	16	0
2	80,650	31,433	10,240
3	159,320	55,273	21,490
4	281,584	88,442	38,087
5	452,633	130,643	61,397
6	671,330	180,401	91,317
7	930,316	235,415	126,885
8	1217,741	293,036	166,503
9	1519,766	350,717	208,274
10	1822,934	406,318	250,331
11	2115,854	458,264	291,077
12	2390,047	505,554	329,309

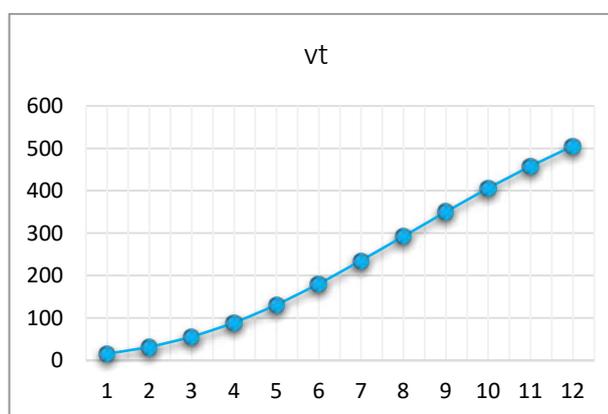


Рис. 22. Динамика выпуска при значениях параметров  $\alpha = 0,86, \beta = 0,8, \gamma = 0,6$

### Выводы

Анализ эмпирических расчётов по динамической модели с учетом риска структуры капитала, аляющего на стоимость заемного финансирования затрат производственной сферы корпорации реального сектора экономики, продемонстрировал следующие закономерности:

- наибольшее влияние на анализируемую динамику оказывает риск структуры капитала: начиная со значения коэффициента финансового рычага 0,8 динамика финансового результата, несмотря на рост стоимости заемных средств, приобретает характер экспоненциального (с расширением горизонта планирования) роста. Особенно это характерно для предприятий с масштабом производства в диапазоне 0,8-0,83. Наоборот, для предприятий с большим масштабом (например, 0,86) эта закономерность не отмечается. Тем самым подтверждается гипотеза проф. Халикова М.А. о стратегических

преимуществах производственных корпораций с масштабом производства, близких или равных 0,83;

- влияние масштаба производства на динамику товарного выпуска и результат в производственной сфере корпорации отмечено характером ее роста/падения (высокий/низкий);

- эндогенный параметр доли собственных инвестиций в рабочем капитале корпорации также оказывает о посредственное влияние на динамику выпуска товарной продукции и финансовый результат производственной сферы. Можно с уверенностью предполагать, что рассмотренная динамическая модель «настроена» на кратко- и среднесрочные интервалы планирования, у которых ведущая роль отводится объему и стоимости располагаемых предприятием активов, авансированных или прямо образующих его затраты, тогда как инвестиции в рабочий капитал-инструмент долгосрочной стратегии предприятия.

### Библиографический список

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М., Численные методы. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2003. 632 с.
2. Безухов Д.А. Выбор критерия оптимальности управления оборотным капиталом предприятия // Проблемы развития современного общества: экономические, правовые и социальные аспекты: сборник научных статей по итогам Всероссийской научно-практической конференции, г. Волгоград, 29-30 сентября 2014. Волгоград: Волгоградское научное издательство, 2014. С. 31-43.
3. Бендиков М.А., Фролов И.Э. Высотехнологичный сектор промышленности России: состояние, тенденции, механизмы инновационного развития. М.: Наука, 2007. 583 с.
4. Клейнер Г.Б. Методы анализа производственных функций. М.: Информэлектро, 1980. 73 с.
5. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. 239 с.
6. Клейнер Г.Б. Стратегия предприятия. М.: Дело, 2008. 436 с.
7. Коласс Б. Управление финансовой деятельностью предприятия: проблемы, концепции, методы / пер. с франц. М.: Финансы ЮНИТИ, 1997.
8. Круи М. Основы риск-менеджмента: пер. с англ. / М. Круи, Д. Галай, Р. Марк; науч. ред. В.Б. Минаян. М.: Издательство Юрайт, 2011. 390 с.
9. Халиков М.А., Расулов Р.М. Факторы динамики «затраты-выпуск»: проблематика оценки и учёта в моделях предприятия // Вестник Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова. 2013. №4. С. 70-80.
10. Халиков М.А., Хечумова Э.А., Щепилов М.В. Модели и методы выбора и оценки эффективности рыночной и внутрифирменной стратегий предприятия / под общ. ред. проф. Халикова М.А. М.: Коммерческие технологии, 2015. 595 с.
11. Хрусталёв О.Е. Методические основы оценки экономической устойчивости промышленного предприятия // Аудит и финансовый анализ. 2011. № 5. С. 180-185.
12. Dorfman R., Samuelson P., Solow R. Linear Programming and Economic Analysis. N. Y., 1958. 544 p.
13. Luenberger D., Yinyu Y. Linear and Nonlinear Programming. Springer Science + Bussiness Media, LLC, 2008. 551 p.
14. Minniti A., Turino F. Multi-product firms and business cycle dynamics // European Economic Review. 2013. Vol. 57. P. 75-97.
15. Samuelson P.A., Paul Douglas' Measurement of Production Functions and Marginal Productivities // Journal Political Economy. 1979. Part 1(October). P. 923-939.
16. Solow R.M. Technological Change and the Aggregate Production Function // Review of Economics and Statistics. 1957. Vol. 39. № 3. P. 312-320.