ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 330.322.5

Д. Р. Аббясова

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва,
e-mail: abbyasova@gmail.com

М. А. Халиков

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва,
e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ВАРИАНТОВ ПРОГРАММЫ ВЫПУСКА И ФИНАНСИРОВАНИЯ ЗАТРАТ ОПЕРАЦИОННОГО СЕГМЕНТА ПРЕДПРИЯТИЯ С УЧЕТОМ РИСКА

Ключевые слова: операционный сегмент предприятия, рабочий капитал, стоимость капитала, структура капитала, производственная программа, рыночный риск, риск структуры капитала, критерии эффективности производственной сферы, задача оптимизации, нелинейная оптимизация, дискретная оптимизация, NP-полные задачи, квазиоптимальное решение.

В статье рассматриваются постановка задачи и экономико-математическая модель выбора оптимального варианта функционирования операционного (производственного) сегмента предприятия акционерной формы собственности (в полной степени отвечающего за доходы и убытки производственной и других видов рыночной деятельности) на последовательных временных интервалах, включающего план выпуска продукции и его финансирования из собственных и заемных источников с учетом рыночного и финансового рисков, состояния рынков готовой продукции и капитала и др. факторов внешней и внутренней сред. Оригинальность предложенных подхода и модели заключается в одновременной оптимизации вход-выходных параметров операционной сферы предприятия с учетом сопутствующих рисков: рыночного риска производственной программы и риска структуры рабочего капитала, привлекаемого для финансирования затрат. В «алгоритмическом» плане предложенная модель относится к задачам дискретной нелинейной оптимизации большой размерности, предполагающим использование нетрадиционных методов оптимизации и алгоритмов применения неточных (квазиоптимальных) решений. Указанное предопределило включение в текст работы оригинального численного алгоритма поиска квазиоптимального решения исходной нелинейной задачи в непрерывном варианте и его аппроксимации в качестве приближенного решения дискретной задачи.

D. R. Abbyasova

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: abbyasova@gmail.com

M. A. Khalikov

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING OF OPTIMAL OPTIONS OF THE PROGRAM OF ISSUANCE AND FINANCING OF THE EXPENSES OF THE OPERATING SEGMENT OF THE ENTERPRISE WITH RISK INCLUDED

Keywords: operating segment of the enterprise, working capital, cost of capital, capital structure, production program, market risk, capital structure risk, performance criteria of the production sector, optimization problem, nonlinear optimization, discrete optimization, NP-complete problems, quasi-optimal solution.

The article discusses the formulation of the problem and the economic and mathematical model of choosing the optimal option for the functioning of the operational (production) segment of a joint-stock company (fully responsible for the income and losses of production and other types of market activity) at successive time intervals, including a plan for the production and its financing from own and borrowed sources, taking into account market and financial risks, the state of the markets of finished products and capital, and other factors of external and internal environments. The originality of the proposed approach and model lies in the simultaneous optimization of the input-output parameters of the operational sphere of the enterprise, taking into account the associated risks: the market risk of the production program and the risk of the structure of working capital attracted to finance costs. In "algorithmic" terms, the proposed model refers to the problems of discrete nonlinear optimization of large dimension, involving the use of unconventional optimization methods and algorithms for the application of inaccurate (quasi-optimal) solutions. This predetermined the inclusion in the text of the work of the original numerical algorithm for finding a quasi-optimal solution to the original nonlinear problem in a continuous version and its approximation as an approximate solution to a discrete problem.

Введение

Эта статья – третья, продолжающая цикл работ д.э.н., профессора кафедры математических методов в экономике РЭУ им. Г.В. Плеханова Халикова Михаила Альфредовича и соискателя по этой кафедре Аббясовой Дианы Рустямовны. Напомним, что в первой публикации по тематике оптимального управления производственной компанией с долгом авторы рассматривали особенности формирования ее дивидендной политики в условиях ограниченного и, напротив, расширенного доступа к внешним источникам финансирования рыночной деятельности. Во второй- особенности выбора и реализации инвестиционных проектов производственной корпорации из собственных и заемных источников финансирования.

Основная идея предыдущих и этой публикаций заключается в разработке инструментария моделей и методов оптимального управления компанией с долгом с учетом ее финансово-экономического положения, доступности и условий получения внешних кредитов, эффективных направлений их использования в сферах производства, финансов и инвестиций.

Цель статьи – разработка теоретической и инструментальной базы выбора оптимальных вариантов производственной деятельности компании и финансирования ее операционного сегмента из собственных и заемных источников с учетом сопутствующих рисков: потери доходности основной деятельности и финансовой устойчивости в сфере производства.

Материалы и методы исследования

Математический аппарат, использованный авторами при разработке методов и численных алгоритмов решения задач нелинейной оптимизации в непрерывном и целочисленном вариантах, частично заимствован из работ Н.С. Бахвалова, Н.П. Жидкова, Г.М. Кобелькова [1], Д.А. Безухова [2], М.А. Бендикова, И.Э. Фролова [3]. При разработке численного алгоритма линеаризации нелинейной дискретной модели авторы использовали идеи метода, предложенного М.А. Горским [4-9].

При изложении тезисов неоклассической концепции производства, эффективности производственных факторов, оценки и управления рисками производственной сферы предприятия авторы активно цитировали работы Г.Б. Клейнера [10,11], Б. Колосса [12], М. Круи [13], А.С. Хасанова [14], О.Е. Хрусталева [15], Р. Дорфмана [16], Д. Луинбергера [17] и др. авторов [18-21],

Результаты исследования и их обсуждения

Опираясь на обоснованный авторами в предыдущих статьях тезис о преимуществах заемного финансирования постоянных и переменных активов рабочего капитала операционного сегмента предприятия, связанных с высокой альтернативной стоимостью собственного капитала корпорации и возможностью в условиях широкого заемного финансирования использования налогового щита, примем, как одно из основных допущений, использование различных (доступных предприятию) источников заемного капитала, объемы которых ограничиваются только потенциалом кредитования банками данного предприятия и предельной величиной риска структуры его рабочего капитала, оцениваемого коэффициентом автономии (долей собственных средства в пассивах рабочего капитала операционного сегмента), рассмотрим математическую модель выбора оптимального авринта производственной программы предприятия и варианта ее финансирования, в которой используем следующие обозначения переменных и параметров:

Y_{CK} – доля собственного финансирования операционного сегмента предприятия:

$$Y_{CK} = \frac{CK}{CK + \sum_{m=1}^{M} ЗК_m}, \qquad (1)$$

r_e – цена собственного капитала, авансированного в покрытие затрат операционного сегмента;

$Y_{ЗКm}$ – доля финансирования операционного сегмента предприятия из m-го внешнего источника ($m = \overline{1,M}$) привлекаемого в покрытие затрат операционного сегмента.

$$Y_{ЗК_m} = \frac{ЗК_m}{СК + \sum_{m=1}^{M} ЗК_m}\ , \qquad (2)$$

r_m – цена заемного капитала из m-го источника, привлекаемого в покрытие затрат операционного сегмента.

Для переменных и параметров группы «Источники финансирования операционного сегмента предприятия» справедливы следующие балансовые уравнения, структурные ограничения:

$$\sum_{m=1}^{M} Y_{ЗК,m} = 1 - Y_{СК}\ , \qquad (3)$$

$$\sum_{m=1}^{M} ЗК_m \le \frac{1 - Y_{СК}}{Y_{СК}} \cdot СК\ , \qquad (4)$$

где $Y_{СК}$ – фиксированный параметр, в данной модели характеризующий риск структуры рабочего капитала репарационного сегмента;

Если в состав управляемых (эндогенных) параметров модели оптимизации производственной деятельности предприятия и объемов ее финансирования из внешних источников на шаге t включить переменные группы $\{ЗК_m,\ m = \overline{1,M}\}$, то средневзвешенная стоимость $WACC_t$ рабочего капитала и альтернативные затраты $RKZAt_t$ на обслуживание капитала операционного сегмента предприятия определяются следующими (соответственно) выражениями:

$$WACC_t = r_e \cdot Y_{СК} + \sum_{m=1}^{M} r_m \cdot Y_{ЗК,m}\ , \qquad (5)$$

$$RKZAt_t = \left(СК + \sum_{m=1}^{M} ЗК_m\right) \cdot WACC_t \qquad (6)$$

(в дальнейшем, рассматривая фиксированный временной интервал t, для упрощения записей формул индекс «t» будем подразумевать).

Для переменных и параметров группы «Изделия производственной программы (ПП), постоянные и переменные активы рабочего капитала операционного сегмента предприятия» будем использовать следующие обозначения и индексы (соответствующие временному интервалу t)): i-индекс изделия ПП i (I – число учитываемых в производственной деятельности предприятия изделий); x_i – планируемое к производству и реализации на товарном рынке число изделий i-го наименования; $\underline{x}_i$ и $\overline{x}_i$ – соответственно минимальный (исходя из портфеля невыполненных в предыдущем интервале планирования заказов предприятия) и максимальный (отвечающий рыночному спросу) объемы производства и реализации i-го изделия ($i = \overline{1,I}$); p_i – прогнозируемая (как правило, средняя за наблюдаемый период $t = \overline{1,T}$) цена реализации единицы i-го изделия в составе выпускаемой партии продукции; B_j – учитываемый по эксплуатационной (или производственной) мощности или в натуральном (стоимостном) выражении запас j-го постоянного или переменного актива, используемого в производстве изделий ПП (J – число учитываемых в калькуляции затрат активов рабочего капитала операционной сферы предприятия; p_{ij} – удельные плановые затраты j-го актива ($j = \overline{1,J}$) на производство i-го изделия ПП; d_j ($j = \overline{1,J}$) – стоимость восстанавливаемых на последовательных производственно-коммерческих циклах постоянных (в форме затрат на реновацию возобновляемой части) и переменных (в форме пополнения оборотного капитала) активов.

Учитывая широкие альтернативы использования собственного и заемного капитала предприятия не только в операционной, но также и в финансовой, и в инвестиционной сферах деятельности, обоснованным представляется использование в ЭММ выбора оптимальных вариантов ПП предприятия и источников ее финансирования в качестве критерия показателя EVA экономической добавленной стоимости, создаваемой в производственном (joперационном) сегменте:

$$EVA = NI(\overline{X}) - \left(СК + \sum_{m=1}^{M} ЗК_m\right) \cdot WACC \to max \qquad (7)$$

где $NI(\overline{X})$ – чистая (после налоговая) прибыль на объем производства $\overline{X}$, а все приведенные показатели и переменные относятся к временному интервалу t ($t = \overline{1,T}$).

Кроме показателя экономической добавленной стоимости, вполне оправданного для использования в качестве критерия эффективности вложений собственных и заемных средств в операционный сегмент предприятия на кратко- и среднесрочном интервалах планирования (и, в частности, на отдельно рассматриваемом производственно-коммерческом цикле), возможно также использование в качестве такого критерия долевых показателей: прибыль операционного сегмента на руб. собственных или собственных и заемных средств. Так как объем привлекаемых заемных источников ограничен только структурой рабочего капитала, то использование в качестве критерия долевого показателя не приведет к искажению оптимального решения за счет «эффекта структуры».

Основные ограничения статичной модели с критерием (7) включают, кроме структурных (3) и (4) на составляющие пассива рабочего капитала, производственно-технологические, финансово-ресурсные, рыночные и рисковые ограничения, представленные следующими зависимостями:

$$\sum_{i=1}^{I} c_{ij} \cdot x_i \le B_j,\ j = \overline{1,J}; \qquad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{J} d_j \cdot B_j \le СК + \sum_{m=1}^{M} ЗК_m \qquad (9)$$

$$\underline{x}_i \le x_i \le \overline{x}_i; \qquad (10)$$

$$СК \le РСК; \qquad (11)$$

$$Y_{СК} \ge \overline{Y}; \qquad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{I} p_i^2 \cdot \sigma_i^2 \cdot x_i^2 + 2$$

$$+2\sum_{i_1=1}^{I}\sum_{\substack{i_2=1\\ i_2\ne i_1}}^{I} p_{i_1} \cdot p_{i_2} \cdot r_{i_1 i_2}\sigma_{i_1}\sigma_{i_2} \cdot x_{i_1} \cdot x_{i_2} \le \overline{\sigma} \cdot \sum_{i=1}^{I}\left(p_i x_i\right)^2 \qquad (13)$$

где дополнительные обозначения используются для показателей: *РСК* – полный объем собственных средств в мобильной форме, который может быть привлечен (в периоде t) на финансирование затрат операционного сегмента предприятия; $\overline{Y}$ – нижний (пороговый) уровень коэффициента автономии рабочего капитала; σ_i – среднее квадратическое отклонение цены реализации i-го изделия от средней наблюдаемой; r_{i_1,i_2} – коэффициент корреляции цен i_1-го и i_2-го изделий; $\overline{\sigma}$ – максимальное значение допустимого рыночного риска изделий ПП.

Ограничения (8) и (9) можно объединить в одно:

$$\sum_{j=1}^{J} d_j \cdot \sum_{i=1}^{I} c_{ij} \cdot x_i \le СК + \sum_{m=1}^{M} ЗК_m. \qquad (9’)$$

Авторы специально не конкретизируют аналитическое выражение для чистой (посленалоговой) прибыли, приведенное в соотношении (7), которое корректно определяется с учетом принятой предприятием системы учета доходов и затрат. Для формализации модели достаточно знать, что выпуск $\sum_{i=1}^{I} p_i \cdot x_i$ в стоимостном отношении пропорционален затратам переменных и неамортизируемой части постоянных активов.

Таким образом, ЭММ выбора оптимальных вариантов ПП, источников и объемов финансирования операционного сегмента предприятия включает: критерий в форме (7) или аналогичный, производственно-технологические, финансово-ресурсные, структурные, рыночные, и рисковые ограничения, задаваемые соотношениями (3), (4), (9’), (11), (12), (13), а также дополнительным ограничением на неотрицательность ($x_i \ge 0$, $i = \overline{1,I}$) или целочисленность (x_i Z_t, $i = \overline{1,I}$) переменных группы $\{x_i\}$ и неотрицательность переменных группы $\{ЗК_m\}$ ($ЗК_m \ge 0$, $m = \overline{1,M}$) (ограничение (14)).

Управляемыми параметрами операционного сегмента предприятия при выборе варианта производственной программы и источников и объемов заемного финансирования его производственной деятельности в плановом интервале t, являются: РСК – собственный капитал, авансированный в покрытие затрат операционного сегмента; перечень (1,…,M) заемных источников финансирования затрат; $Y_{СК}$ – доля собственного капитала в общем объеме источников финансирования операционного сегмента, характеризующая риск структуры его рабочего капитала; $\overline{\sigma}$ – предельное (пороговое) значение рыночного риска производственной программы, принимаемого собственниками (акционерами) и менеджерами.

Присутствие в модели (7), (3), (4), (9’), (11), (12), (13), (14) ограничения (13) на предельное значение рыночного риска производственной программы позволяет констатировать ее принадлежность к задачам нелинейной дискретной оптимизации (в общем случае, большой размерности), для которых отсутствуют конструктивные (отличные от переборных) численные алгоритмы решения. Для решения задач этого класса (относящихся к NP-полным) можно использовать комбинированные методы и численные алгоритмы, позволяющие получать, как правило, квазиоптимальные (близкие к оптимальным) решения и оценивать величину погрешности.

Рассмотрим один из возможных численных методов поиска квазиоптимального решения нелинейной дискретной задачи (7), (3), (4), (9’), (11), (12), (13), (14).

Сведем эту задачу к задаче линейного непрерывного программирования, сняв ограничения на риск (13) и на целочисленность (14) переменных группы $\{x_i\}$.

Так как ограничение (13) представлено выпуклым функционалом, то любая линейная комбинация допустимых для исходной (непрерывной) модели решений удовлетворяет и этому ограничению. Учитывая это факт, предлагается найти все базисные решения $\left\{\overline{X}_r, r=\overline{1,R}\right\}$ линейной непрерывной задачи (где вектор, $\overline{X}_r = (x_1^{(r)},..., x_I^{(r)}; ЗК_1^{(r)},...,ЗК_M^{(r)})$ с непрерывными компонентами удовлетворяет всем ограничениям рассматриваемой модели (включая и ограничение (13)), за исключением (14)) и составить их линейную свертку $\sum_{r=1}^{R}\mu_r \cdot \overline{X}_r$.

Решим следующую оптимизационную задачу:

$$\max F\left(\sum_{r=1}^{R}\mu_r \cdot \overline{X}_r\right); \qquad (15)$$

$$\mu_r \geq 0, \; r=\overline{1,\text{R}}; \qquad (16)$$

$$\sum_{r=1}^{R}\mu_r = 1, \qquad (17)$$

где F – критерий исходной линейной непрерывной задачи в форме (7) или выбранной аналогичной.

Пусть $\overline{\mu}_r^0$, $r=\overline{1,R}$ – оптимальное решение задачи (15) – (17). Тогда квазиоптимальным непрерывным решением линейной непрерывной задачи (7), (3), (4), (5), (9’), (11), (12), (13) будет вектор $\sum_{r=1}^{R}\mu_r^0 \cdot \overline{X}_r$. Точность квазиоптимального непрерывного решения, как это следует из работы М. А. Горского [6], может быть оценена величиной $\frac{1}{I}(p_i \cdot x_i)_{max}$ – наибольшее значение компоненты с валовым доходом в расчете на изделие ПП в линейной свертке (15), соответствующей оптимальному решению задачи (15) – (17).

Для нахождения квазиоптимального целочисленного решения исследуемой задачи поступим следующим образом. Поместим квазиоптимальное решение непрерывной задачи в шар радиуса 1 (по каждой компоненте) и расположим все получаемые допустимые (удовлетворяющие ограничениям исходной задачи) решения в лексикографическом порядке (начиная с первой компоненты по возрастанию критерия (7)). Вектор, доставляющий наибольшее значение критерию (7), следует взять за квазиоптимальное решение исходной дискретной нелинейной задачи.

Заключение

В статье рассмотрены постановка задачи и математическая модель выбора оптимальных вариантов производственной программы операционного сегмента предприятия и ее финансирования из собственных и заемных источников с учетом рыночного и финансового риска. Отдельное внимание авторы уделили рассмотрению численного алгоритма решения соответствующей модели нелинейной дискретной оптимизационной задачи большой размерности. В последующих публикациях планируется привести результаты адаптации модели и численного алгоритма на объектах основного производства выбранного производственного предприятия.

Библиографический список

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003. 632 с.

2. Безухов Д.А. Выбор критерия оптимальности управления оборотным капиталом предприятия // Проблемы развития современного общества: экономические, правовые и социальные аспекты: сборник научных статей по итогам Всероссийской научно-практической конференции (г. Волгоград, 29-30 сентября 2014 г.). Волгоград: Волгоградское научное издательство, 2014. С. 31-43.

3. Бендиков М.А., Фролов И.Э. Высокотехнологичный сектор промышленности России: состояние, тенденции, механизмы инновационного развития. М.: Наука, 2007. 583 с.

4. Горский М.А. Параметрическое моделирование кредитно-инвестиционной деятельности коммерческого банка и его приложения // Ученые записки Российской Академии Предпринимательства. 2018. Т. 17. № 4. С. 187-208.

5. Горский М.А. Метод решения задач нелинейной дискретной оптимизации в расчетах оптимальных производственных программ предприятий // Актуальные вопросы теории и практики развития научных исследований: сб. статей Международной научно-практической конференции (Уфа, 24 декабря 2019 г.). Уфа, 2019. С. 88-98.

6. Горский М.А. Теоретический подход и поиск квазиоптимального решения нелинейной дискретной задачи большой размерности // Экономический журнал высшей школы экономики. 2019. Т. 23. С. 465-482.

7. Горский М.А. Формулировка и доказательство теоремы о соотношении структурно-параметрической и комбинаторной оптимизации производственной системы предприятия // Инженерные и информационные технологии, экономика и менеджмент в промышленности: сборник научных статей по итогам второй международной научной конференции. 2020. С. 41-60.

8. Горский М.А. Математические модели формирования портфелей финансовых активов в постановках Г. Марковица и В. Шарпа. // Высокие технологии и инновации в науке: сборник избранных статей Международной научной конференции. 2020. С. 251-267.

9. Горский М.А., Епифанов И.И. Практика применения WACC и EVA в оценках структуры капитала и рыночной эффективности производственных корпораций // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2019. № 10-1. С. 25-33.

10. Клейнер Г.Б. Методы анализа производственных функций. М.: Информэлектро, 1980. 73 с.

11. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. 239 с.

12. Коласс Б. Управление финансовой деятельностью предприятия: Проблемы, концепции, методы / Пер. с франц. М.: Финансы ЮНИТИ, 1997.

13. Круи М., Галай Д., Марк Р. Основы риск – менеджмента: пер. с англ. / науч. ред. В.Б. Минасян. М.: Юрайт, 2011. 390 с.

14. Хасанов А.С. Индивидуальные домашние задания по основам линейного программирования // Известия Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова. 2013. № 4 (14).

15. Хрусталёв О.Е. Методические основы оценки экономической устойчивости промышленного предприятия // Аудит и финансовый анализ. 2011. № 5. С. 180-185.

16. Dorfman R., Samuelson P., Solow R. Linear Programming and Economic Analysis. N. Y., 1958. 544 p.

17. Luenberger D., Yinyu Y. Linear and Nonlinear Programming. Springer Science + Bussiness Media, LLC, 2008. 551 p.

18. Minniti A., Turino F. Multi-product firms and business cycle dynamics. European Economic Review. 2013. Vol. 57. P. 75-97.

19. Gorskiy M.A., Reshulskaya E.M Parametric models for optimizing the credit and investment activity of a commercial bank. Journal of Applied Economic Sciences. 2018. V. 13. № 8 (62). P. 2340-2350.

20. Samuelson P.A., Paul Douglas' Measurement of Production Functions and Marginal Productivities. Journal Political Economy. 1979. Part 1. P. 923-939.

21. Solow R.M. Technological Change and the Aggregate Production Function. Review of Economics and Statistics. 1957. Vol. 39. № 3. P. 312-320.