

УДК 330.4:004.94

***А. Г. Киренберг***

ФГБОУ ВО Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева, Кемерово, e-mail: ag-k@yandex.ru

***А. В. Медведев***

ФГБОУ ВО Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева, Кемерово, e-mail: alexm\_62@mail.ru  
ФГБОУ ВО Кемеровский государственный университет, Кемерово

***Е. В. Прокопенко***

ФГБОУ ВО Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева, Кемерово, e-mail: pev.vtit@kuzstu.ru

***Я. В. Славолюбова***

ФГБОУ ВО Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева, Кемерово, e-mail: slavoliubova.iav@kemerovorea.ru

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА С ВЫЯВЛЕНИЕМ ЕГО ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА**

**Ключевые слова:** инвестиционный проект, жизненный цикл, многопараметрический анализ, графический анализатор, сумма конечного ряда.

Статья посвящена инструментарию анализа инвестиционных проектов, ориентированному на выявление их жизненных циклов, а также краткому описанию состояния данного вопроса. Представлена одноформульная модель инвестиционного проекта в форме конечного функционального ряда и ее математический анализ, включающий получение суммы ряда, а также содержательную экономическую трактовку и гипотезу о возможности выявления жизненного цикла инвестиционного проекта. Для проверки выдвинутой гипотезы применен авторский программный комплекс – графический анализатор, – позволяющий исследовать функции с параметрически заданными характеристиками. Получены графические зависимости суммы ряда от параметра, имеющего содержательный смысл горизонта планирования, а также зависимости чистой приведенной стоимости инвестиционного проекта от указанного параметра. Представленные зависимости, в первом приближении, подтверждают выдвинутую гипотезу о возможности выявления жизненного цикла инвестиционного проекта при варьировании других, содержательно важных его характеристик – прибыли, объема инвестиций, нормы амортизации, ставки дисконтирования. Сделан вывод о целесообразности и эффективности использования описанного в работе инструментария не только для решения учебных задач в системе образования, но и для целей оперативного анализа информации в ситуационных центрах принятия решений социально-экономического характера за счет простоты использования описанных инструментов, наглядности и скорости производимых расчетов.

***A. G. Kirenberg***

Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev, Kemerovo,  
e-mail: ag-k@yandex.ru

***A. V. Medvedev***

Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev, Kemerovo,  
e-mail: alexm\_62@mail.ru  
Kemerovo State University, Kemerovo

***E. V. Prokopenko***

Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev, Kemerovo,  
e-mail: pev.vtit@kuzstu.ru

***Ya. V. Slavoljubova***

Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev, Kemerovo,  
e-mail: slavoliubova.iav@kemerovorea.ru

## **MATHEMATICAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF INVESTMENT PROJECT EFFICIENCY WITH THE IDENTIFICATION OF ITS LIFE CYCLE**

**Keywords:** investment project, life cycle, multi-parameter analysis, graphical analyzer, finite series sum.

The article is devoted to a brief description of the state of the issue and tools for analyzing investment projects aimed at identifying their life cycles. A one-formula model of an investment project in the form of a finite functional series and its mathematical analysis, including obtaining the sum of the series, as well as a meaningful economic interpretation and a hypothesis about the possibility of identifying the life cycle of an investment project, are presented. To test the hypothesis put forward, the author's software package was used, which allows to investigate functions with parametrically specified characteristics. Graphical dependences of the sum of the series on a parameter that has a meaningful meaning of the planning horizon, as well as dependences of the net present value of an investment project on the specified parameter are obtained. The presented dependencies, in the first approximation, confirm the hypothesis put forward about the possibility of identifying the life cycle of an investment project by varying its other, meaningfully important characteristics – profit, investment volume, depreciation rate, discount rate. The conclusion is made about the feasibility and effectiveness of using the tools described in the work, not only for solving educational problems in the education system, but also for the purposes of operational analysis of information in situational decision-making centers of a socio-economic nature due to the ease of use of the described tools, clarity and speed of calculations.

### Введение

В процессе постоянного совершенствования информационных технологий возрастает потребность в разработке автоматизированных средств оперативной поддержки решений при анализе экономико-математических задач. Одним из важных классов таких задач является задача оценки эффективности инвестиционных проектов [1], которая, в свете необходимости развития малого и среднего предпринимательства, в Российской Федерации, принимает особую актуальность. Решение такой задачи требует применения моделей и методов, позволяющих, с одной стороны, с достаточной скоростью, а с другой, – с высоким уровнем достоверности автоматизировано оценивать эффективность инвестиционных проектов (ИП), например, с помощью наглядных графоаналитических методов и программных комплексов. Следует отметить недостаточное количество математических моделей ИП, в которых выявлялся бы их жизненный цикл, подразумевающий наличие периодов окупаемости, роста, достижения максимальных значений и возможного последующего спада некоторого показателя эффективности ИП, например, чистой приведенной стоимости (net present value, *NPV*). Спад *NPV*, как динамического показателя, зависящего, в частности, от прибыли инвестиционного проекта (которая может, в течение горизонта планирования, может становиться и отрицательной величиной за счет превышения потоков затрат над порожденными инвестицией потоками выгод).

Целью данной работы является изучение вопроса применения одного инструментально-аналитического подхода к оперативной оценке экономической эффективности инвестиционных проектов с возможностью выявления их жизненного цикла. Указанный

подход заключается в использовании комплекса инструментально-аналитических средств, включающего одноформульную математическую модель оценки экономической эффективности инвестиционных проектов, алгоритма ее численного анализа и самого численного анализа с помощью автоматизированного программного продукта, ориентированного на оперативный, многоаспектный анализ и автоматизированную поддержку принимаемых инвестиционных решений в ситуационно-аналитических центрах [2].

### Материалы и методы исследования

В статье [3] описана работа графоаналитического комплекса [4] (далее графического анализатора, графоанализатора), позволяющего одновременно осуществлять многопараметрический анализ функций с несколькими параметрами, в том числе общими для выбранных функций, в режиме реального времени, со скоростью до нескольких десятков перебираемых значений параметра в секунду. К основным отличительным свойствам комплекса относятся возможности автоматического распознавания переменных и использования практически не ограниченного количества параметров, их изменение в ручном и автоматическом режимах. Кроме того, возможности данного программного продукта позволяют находить критические точки функций (корни, экстремумы, перегибы), точки пересечения нескольких функций, получать уравнения касательных, вычислять определенные интегралы, графически анализировать системы уравнений и неравенств с общими параметрами на общем графическом поле, решать другие полезные для математического анализа функций задачи. Пакет также обладает ключевым преимуществом (ха-

рактерным и для других графических пакетов [5,6]), заключающимся в возможности приближенного определения корней алгебраических соотношений, аналитическое получение которых излишне затратно или даже невозможно (например, когда необходимо найти корни полинома степени выше 2-й или в решаемом соотношении одновременно присутствуют функции разных классов – степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрическая и т.п.). Существенными возможностями указанного пакета является оперативная визуализация и динамический анализ изучаемых объектов и процессов путем построения и многопараметрического исследования функций с использованием простого и интуитивно понятного интерфейса, доступного для освоения обучающимися образовательных организаций основного, профессионального и высшего образования [7-9]. Иначе говоря, пакет [4] отвечает уровню и классу задач, в частности, требующих решения при оценке инвестиционных проектов.

Хорошо проверенным, разноплановым методом анализа инвестиционных проектов является метод расчета его чистой приведенной стоимости, основанный на оценке объема абсолютного значения сальдо стратегических финансовых потоков (потоки прибыли, как сальдо доходных и расходных потоков, стоимости имущественного комплекса и др.) и вложенных в проект инвестиций [1,10-14]. В работе [2] с помощью пакета [4] проведен параметрический анализ ИП, в котором  $NPV$  рассчитывается по формуле:

$$NPV(T) = \sum_{t=1}^T \frac{W(t)}{(1+r)^t} - I, \quad (1)$$

описывающей ИП с одноразовой инвестицией  $I$  в начальный момент времени проекта  $t=0$  и порождаемыми ею производством и продажей продукции, приносящими прибыль  $W(t)=const$  в моменты времени  $t=1, \dots, T$ , дисконтируемую по ставке  $r>0$ . Формула (1) позволяет определять добавленную стоимость и период окупаемости инвестиционного проекта, если ее рассматривать в виде  $NPV(T)$ , а также внутреннюю норму доходности этого же проекта, в случае ее представления в виде  $NPV(r)$ . С помощью параметрического графоанализатора указанная функция может быть исследова-

на параметрически по любому из входящих в нее параметров. Следует отметить, что характерной, существенной для нас, особенностью функции (1) является ее неубывание по параметру  $T$ , так как при  $W(t) \geq 0$  результат формируется нарастающим неотрицательным итогом, что не позволяет выявлять жизненный цикл инвестиционного проекта, подразумевающий наличие периодов окупаемости, роста, достижения максимальных значений и последующего спада эффективности. Вместе с тем, возникновение указанного спада возможно при отрицательном сальдо потоков, в результате превышения расходов ИП над доходами.

Рассмотрим случай, когда в (1)  $W(t) \neq const$ , например, [10]:

$$W(t) = [Q_t(P_t - V_t) - F - Am_t] (1 - \alpha_w), \quad (2)$$

где  $Q_t$  – объём произведенной продукции,  $P_t$  – цена единицы продукции,  $V_t, F$  – соответственно условно-переменные (на единицу продукции) и условно-постоянные затраты,  $Am_t$  – амортизация,  $\alpha_w$  – ставка налога на прибыль. Следует отметить, что именно потоки  $V_t$  и  $Am_t$ , вообще говоря, могут превысить положительный поток  $Q_t \cdot P_t$ , в случае отсутствия дополнительных инвестиций на горизонте планирования ИП. В частности, численные расчеты, представленные, например, в [15], в оптимизационных моделях инвестиционных проектов которых использованы формулы, аналогичные (2), показывают наличие максимумов зависимостей  $NPV(T)$ . Анализ соответствующих расчетов, в частности, показывает влияние потоков  $V_t$  и  $Am_t$  на формирование отрицательного сальдо потоков, предопределяющих возникновение убывающего участка  $NPV(T)$ , то есть классического жизненного цикла ИП.

Содержательная постановка задачи оценки эффективности ИП подразумевает влияние на эту оценку различных экономических факторов, одним из существенных среди которых является амортизация основных производственных фондов (ОПФ). Рассмотрим следующую разновидность формулы (1):

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{W(t) + k \cdot Am \cdot (T_{Am} - t)}{(1+r)^t} - I \quad (3)$$

где  $Am$  – поток амортизационных отчислений,  $T_{Am}$  – срок службы (полезного использования) ОПФ. В формуле (3) выражение

$k \cdot Am \cdot (T_{Am} - t)$  можно содержательно трактовать следующим образом: при  $t < T_{Am}$  величина амортизации учитывается в доходных потоках ИП, как стоимостной измеритель остаточной стоимости имущества с коэффициентом  $k$ , трактуемым, как норма амортизации, а при  $t > T_{Am}$  величина амортизации уменьшает доходные потоки ИП за счет увеличения издержек на возмещение износа (ремонт, восстановление, обновление программного обеспечения и пр.) ОПФ, причем, чем далее от значения срока  $T_{Am}$  полезного использования, чем с большей скоростью, что и отражается в обратно пропорциональной линейной зависимости потоков от времени.

**Результаты исследования и их обсуждение**

Отметим, что вид формулы (3) принципиально меняет класс рассматриваемого функционального ряда (1), превращая его из геометрической прогрессии (при  $W(t)=const$ ) в более сложный ряд за счет наличия суммы вида

$$S(T) = \sum_{t=1}^T \frac{t}{c^t},$$

где  $c=1+r>1$ . Для вычисления указанной суммы преобразуем  $S(T)$ :

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T \frac{t}{c^t} &= \frac{1}{c} + \sum_{t=2}^T \frac{t}{c^t} = [t = s + 1] = \frac{1}{c} + \sum_{s=1}^{T-1} \frac{s+1}{c^{s+1}} \equiv \frac{1}{c} + \sum_{t=1}^{T-1} \frac{t+1}{c^{t+1}} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \sum_{t=1}^{T-1} \left( \frac{t}{c^t} + \frac{1}{c^t} \right) = \\ &= \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \left[ \sum_{t=1}^{T-1} \frac{t}{c^t} + \sum_{t=1}^{T-1} \frac{1}{c^t} \right] = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \left[ \sum_{t=1}^{T-1} \frac{t}{c^t} + \frac{T}{c^T} - \frac{T}{c^T} + \sum_{t=1}^{T-1} \frac{1}{c^t} \right] = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \left[ \sum_{t=1}^T \frac{t}{c^t} - \frac{T}{c^T} + \sum_{t=1}^{T-1} \frac{1}{c^t} \right] = \\ &= \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \sum_{t=1}^T \frac{t}{c^t} - \frac{T}{c^{T+1}} + \sum_{t=1}^{T-1} \frac{1}{c^{t+1}}. \end{aligned}$$

Учитывая, что сумма во втором слагаемом последнего выражения совпадает с искомой, а его четвертое слагаемое является геометрической прогрессией с первым членом  $1/c^2$  и знаменателем  $1/c$ , получим

$$S(T) = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} S(T) - \frac{T}{c^{T+1}} + \frac{1/c^2 (1 - (1/c)^{T-1})}{1 - 1/c},$$

а с учетом того, что  $c>1$ ,

$$S(T) = \frac{c(1 - (1/c)^{T-1})}{(c-1)^2} - \frac{cT}{(c-1)c^{T+1}}.$$

Вычисляя  $\lim_{T \rightarrow \infty} S(T)$ , найдем сумму  $S$  бесконечного ряда, соответствующего искомому:  $S(c) = c/(c-1)^2$ . При  $c=1+r$ , очевидно,  $S(r) = (1+r)/r^2$ .

Исследуем полученную функциональную зависимость  $S(T)$  с помощью параметрического графоанализатора [4]. На рисунках 1 и 2 представлены функция  $S(T)$  и ее производная  $S'(T)$  по осям  $T-S$  в масштабах  $1 \times 10$  и  $1 \times 1$  соответственно.

Как можно видеть из рисунка 1, функция  $S(T)$  монотонно возрастает на положительной части оси  $T$ , имеет перегиб и асимптотически приближается к значению  $(1+r)/r^2$  при  $T \rightarrow \infty$ , а производная  $S'(T)$  имеет экстремум, точку перегиба и асимптотическое приближение к нулю при  $T \rightarrow \infty$ . Причем критическая точка  $S'(T)$  визуальное значительно легче определяется средствами пакета [4] по рисунку 2 в масштабе  $1 \times 1$ , чем по рисунку 1. Тем самым, анализ рисунков 1,2 позволяет рассчитывать на наличие точки экстремума и в формуле (3), для функции  $NPV(T)$ . Проверим данную гипотезу также с помощью графоанализатора [4] при следующих значениях параметров:  $I=20$ ;  $r=0,3$ ;  $W=7$  при варьировании показателя  $T_{Am}$ . Результаты проведенных расчетов представлены на рис.3.

Как видно из рисунка 3, зависимости  $NPV(T)$  действительно имеют выраженную точку экстремума  $T_{экстр}$ , причем, с ростом  $T_{Am}$ , значение  $NPV$  также растет, что соответствует экономическому смыслу данного параметра, как одного из параметров, существенно определяющих экономическую устойчивость проекта. Кроме того, рисунок 3 иллюстрирует снижение периода окупаемости инвестиционного проекта за счет более высокой нормы амортизации.

Представленные зависимости, в первом приближении, подтверждают выдвинутую гипотезу о возможности выявления жизненного цикла инвестиционного проекта.

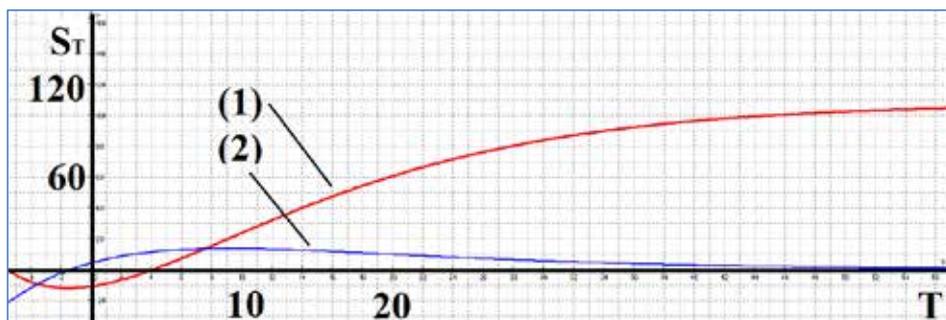


Рис. 1. Зависимости  $S(T)$  – (1) и  $S'(T)$  – (2) в масштабе  $1 \times 10$

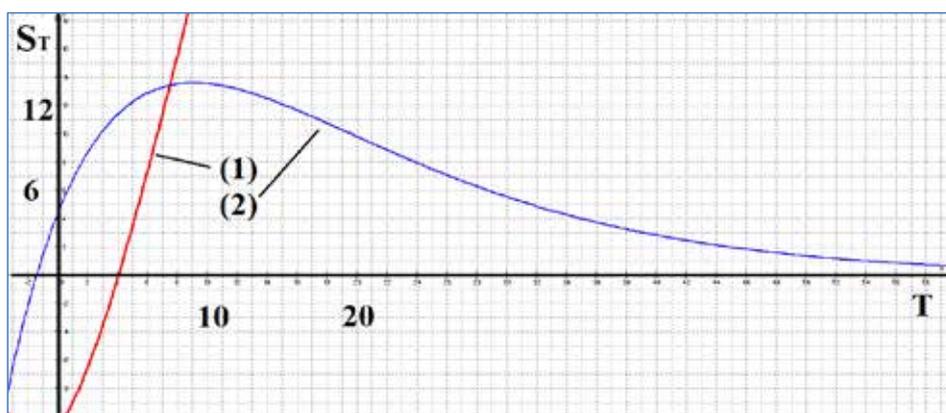


Рис. 2. Зависимости  $S(T)$  – (1) и  $S'(T)$  – (2) в масштабе  $1 \times 1$

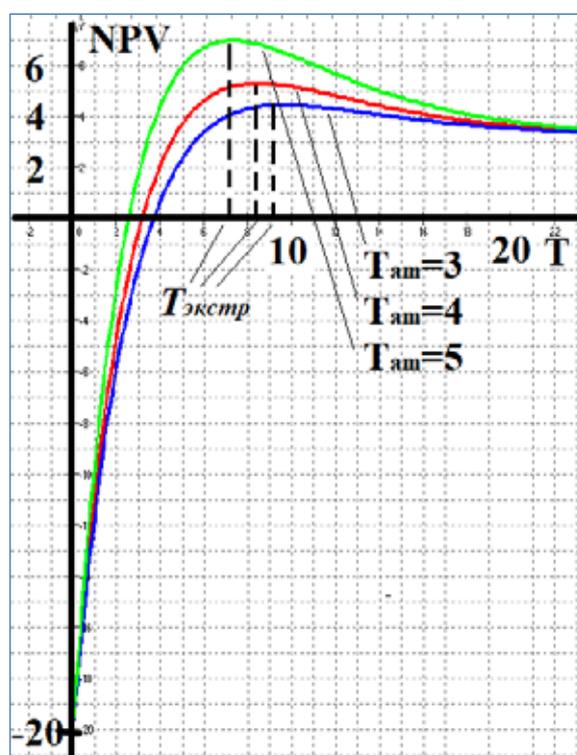


Рисунок 3. Зависимости  $NPV(T)$  при варьировании параметра  $T_{Am}$

Это было подтверждено в проведенных вычислительных экспериментах при варьировании других, содержательно важных экономических характеристик – прибыли, объема инвестиций, нормы амортизации, ставки дисконтирования.

### Заключение

Приведенные результаты свидетельствуют о возможности выявления жизненного цикла инвестиционных проектов в одноформульных многопараметрических зависимостях, имеющих содержательный экономический смысл. Это может позволить осуществлять более качественный анализ инвестиционных проектов, включающий, например, определение моментов времени, как точек максимума исследуемых зависимостей на горизонте планирования, при которых целесообразно реинвестировать в них. Такой анализ может быть успешно применен в условиях семинаров, мобильных заседаний экспертных групп, ситуационных центров социально-экономического анализа [13], за счет наглядности и скорости производимых расчетов, простоты использования описанных инструментов. Данный подход, по сути, является реализацией си-

стемно-аналитической процедуры оценки эффективности инвестиционных проектов, так как включает математическую модель (3), алгоритм ее преобразования в статическую версию и использование автоматизированной программной системы (графоанализатора) для эффективного, многопараметрического анализа. Это, в частности, повышает практическую значимость рассмотренного в статье вопроса и стимулирует продолжение его исследования. Разработка программного модуля, автоматизированного внесения информации в пакет [4], а также представление ее в понятном для конечного пользователя (экономиста, финансового аналитика, бухгалтера и пр.) виде позволит рассматривать указанную совокупность инструментов, как удобную систему поддержки принятия инвестиционных решений при оперативном анализе инвестиционных проектов. В свою очередь, системы поддержки принятия решений являются ключевыми составляющими современных IT-проектов при разработке таких цифровых технологий, как автоматизированные рабочие места управленца (аналитика), цифровые двойники производственных процессов, предприятий, территорий.

### Библиографический список

1. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика. М.: Дело, 2004. 888 с.
2. Медведев А.В., Муравьев С.А., Пинаев В.А., Славолобова Я.В. О некоторых приложениях инструментария многопараметрического анализа функций в ситуационных центрах социально-экономического развития // *Фундаментальные исследования*. 2017. № 4(2). С. 271-275.
3. Медведев А.В. Применение параметрического графоанализатора для решения учебных и прикладных задач естественнонаучного и экономического содержания [Электронный ресурс] / *Современные проблемы науки и образования*. 2021. №5. URL: <https://science-education.ru/article/view?id=31095> (дата обращения: 24.04.2022). DOI: 0.17513/spno.31095.
4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2004611968, Российская Федерация. Графический анализатор математических функций и решений алгебраических соотношений с параметрами («Графический анализатор»): опублик. 26.08.2004. Правообладатели: А.В. Медведев, А.В. Смольянинов.
5. Математические, научные и прикладные программы. [Электронный ресурс]. URL: <http://getsoft.ru/scientific/math/?sortprograms=pd> (дата обращения: 24.04.2022).
6. Прокопенко Е.В., Славолобова Я.В., Ли С.Р. Применение компьютерной математики для решения многомерных задач // *Вестник Кузбасского государственного технического университета*. 2014. № 5(105). С. 121-123.
7. Семенов Н.Д., Чиркин А.Н. Об одном пакете оперативной поддержки принятия решений при анализе задачи линейного программирования // *Европейские научные исследования: сборник статей победителей II международной научно-практической конференции*. Пенза: Наука и Просвещение, 2017. С. 90-92.

8. Камалидинова А.К. К разработке обучающего комплекса по решению задач параметрического анализа в предметах естественнонаучного цикла // Актуальные проблемы современного образования: опыт и инновации: материалы Всероссийской научно-практической конференции с дистанционным и международным участием. Ульяновск: Изд-во «Зебра», 2020. С. 424-429.

9. Бурдин А.С., Дуванов И.О., Фабрицин Г.Е. Исследование гамма-функции Эйлера как модели оценки эффективности инвестиционных проектов с применением параметрического графоанализатора // Формирование конкурентной среды, конкурентоспособность и стратегическое управление предприятиями, организациями и регионами: сборник статей VI Международной научно-практической конференции. Пенза: Пензенский государственный аграрный университет, 2021. С. 39-42.

10. Бусыгин Ю.Н. Анализ чувствительности инвестиционного проекта при использовании NPV-критерия // Управление в социальных и экономических системах. 2015. № 24. С. 72-73.

11. Томашевская Е.Ю., Скибенко Г.Г. Особенности использования показателя NPV в финансовом анализе инвестиционных проектов // Сборник научных работ серии «Финансы, учет, аудит». 2020. № 2(18). С. 146-153.

12. Данько Е.В., Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н. Вычислительные методы в задачах субъективной оценки эффективности инвестиционных решений // Известия Алтайского государственного университета. 2020. № 1(111). С. 77-82.

13. Кошевский Н.А. Определение оптимального размера заемных источников финансирования инвестиционного проекта // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия D. Экономические и юридические науки. 2021. № 13. С. 55-63.

14. Бекимбетова Г.М., Шатураев Ж.Н. Основной показатель эффективности инвестиционных проектов – расчет чистой текущей стоимости // The Scientific Heritage. 2021. № 77-3(77). С. 14-21.

15. Медведев А.В. Автоматизированная поддержка принятия оптимальных решений в инвестиционно-производственных проектах развития социально-экономических систем: монография. М.: Издательский Дом «Академия Естествознания», 2020. 200 с. DOI 10.17513/np.421.