

УДК 338.24

**М. С. Баев**

Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Калуга, Россия

**Е. В. Губанова ORCID ID 0000-0001-7922-8400**

Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Калуга, Россия, e-mail: el-gubanova@yandex.ru

## **ЭВОЛЮЦИЯ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА В РАМКАХ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ С XVII ПО XX ВЕКА**

**Ключевые слова:** экономика, экономическая теория, неоклассицизм, математика, математическое моделирование, учёные, развитие, эволюция.

В работе представлена эволюция методов математического моделирования в рамках экономической теории. Особое внимание уделяется упоминанию учёных, внёсших значительный вклад в математическое моделирование в рамках экономической теории, а также представлены знаковые научные труды, и их вклад и влияние на экономическую теорию. В работе представлены такие учёные как: Вильям Петти, Франсуа Кене, Антуан Огюст Курно, Джон Стюарт Милль, Эйльхард Альфред Мичерлих, Чарльз Кобб, Пол Дуглас, Кнут Вексель, Фрэнк Рамсей, Дэвид Кас, Тьяллинг Чарльз Купманс, Джон фон Нейман, Оскар Моргенштерн, Леон Вальрас, Абрахам Вальд, Рагнар Фриш, Василий Васильевич Леонтьев, Леонид Витальевич Канторович, Роберт Солоу, Новожилов Виктор Валентинович, Василий Сергеевич Немчинов, Фелпс Эдмунд. Авторы в данной статье выделяют основополагающие принципы и суть работ моделей и исследований, разработанных учёными. В работе представлена последовательность интеграции приёмов и методов математического моделирования в экономику. Стоит отметить что в данной работе перспектива интеграции математики в экономическую теорию рассматривается ещё на примере античных времён, однако по ходу работы авторы приходят к анализу работ другого времени, которое больше подходит для анализа математического моделирования так как именно в это время (15-20 век), находятся более веские предпосылки появления данного явления и его интеграции в экономику. В работе представлен вывод касательно значимости интеграции математического моделирования в экономику.

**M. S. Baev**

Kaluga branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, Kaluga, Russia

**E. V. Gubanova ORCID ID 0000-0001-7922-8400**

Kaluga branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, Kaluga, Russia, e-mail: el-gubanova@yandex.ru

## **EVOLUTION OF MATHEMATICAL MODELING AND ANALYSIS METHODS IN ECONOMIC THEORY FROM THE 17TH TO THE 20TH CENTURY**

**Keywords:** economics, economic theory, neoclassicism, mathematics, mathematical modeling, scientists, development, evolution.

The paper presents the evolution of mathematical modeling methods within economic theory. Particular attention is paid to mentioning scientists who have made significant contributions to mathematical modeling within economic theory, as well as presenting landmark scientific works and their contribution and influence on economic theory. The paper presents the following scientists: William Petty, François Quesnay, Antoine-Auguste Cournot, John Stuart Mill, Eilhard Alfred Mitscherlich, Charles Cobb, Paul Douglas, Knut Wecksell, Frank Ramsay, David Kas, Tjalling Charles Koopmans, John von Neumann, Oskar Morgenstern, Léon Walras, Abraham Wald, Ragnar Frisch, Vasily Vasilyevich Leontief, Leonid Vitalievich Kantorovich, Robert Solow, Viktor Valentinovich Novozhilov, Vasily Sergeyevich Nemchinov, and Edmund Phelps. In this article, the authors highlight the fundamental principles and essence of the models and studies developed by scientists. The paper presents a sequence of integrating mathematical modeling techniques and methods into economics. It is worth noting that this paper examines the prospects for integrating mathematics into economic theory using examples from ancient times. However, as the paper progresses, the authors analyze works from a different era, which is more suitable for analyzing mathematical modeling, as it was during this period (the 15th-20th centuries) that more compelling preconditions for the emergence of this phenomenon and its integration into economics were found. The paper presents a conclusion regarding the importance of integrating mathematical modeling into economics.

## Введение

Современная экономическая система на сегодняшний день представляет собой невероятно объёмное, постоянно и резко изменяющееся явление. Однако люди фактически с самого начала существования экономического хозяйствования старались различными способами обуздать данное явление. Вместе с появлением хозяйственно-экономических отношений люди старались вести учёт, создавали различного рода объединения, и конечно же, старались найти научное и закономерное объяснение происходящих в экономике процессам и явлениям. Множество учёных, различными способами, пытались изложить в своих трудах работу экономической системы, что в свою очередь привело к интеграции в экономику других наук. Однако в данной работе речь пойдёт именно о том, как разные учёные, благодаря методам математики и математического моделирования смогли развить, обосновать, разработать модели и теории, благодаря которым можно предугадать, проанализировать и оптимизировать различные элементы экономической системы для создания оптимальных условий её работы и развития.

## Материалы и методы исследования

Информационную базу данной работы составляют научные труды учёных экономистов и математиков, а также собственные исследования авторов, которые включают в себя анализ трудов различных учёных в области экономики и математического моделирования. Значимым моментом в данной работе является применение анализа развития математических моделей в рамках экономической теории. Также немаловажным является факт того, что в данной работе представлен мировой опыт развития математического моделирования, который включает в себя опыт разных стран и типов рынков, что в свою очередь позволяет более комплексно оценить вклад данных процессов в развитие экономической теории.

Цель статьи – исследовать деятельность ученых, научные труды, модели и концепции, которые способствовали формированию и развитию метода математического моделирования в экономической теории, а также проанализировать этапы эволюции математического видения экономики и оценить значение данного метода для прогресса экономической науки.

## Результаты исследования и их обсуждение

В соответствии с различными научными источниками начало интеграции методов математического моделирования в экономическую теории происходит ещё во времена древней Греции [7-10].

Однако с тех времён не сохранилось каких-либо свидетельств о сложном математическом моделировании в рамках экономических наук, а самым крупным и значимым соприкосновением экономической теории и математики можно считать, зарождающиеся в те времена системы хозяйственного учёта [6].

Одной из первых математических моделей в рамках экономической теории можно считать модель исследования, представленную Вильямом Петти (1623 – 1687). Его способ исследования, применённый в «Политической арифметике» (1676 год), по его же словам, служил для того, чтобы, представить политическую арифметику в виде чисел, весов и мер, минуя умозрительные аргументы. Сама суть данной работы заключалась в применении расчётов к общественным явлениям. Работа включала в себя количественный анализ, трудовую теорию стоимости, критику меркантилизма, социальные и демографические наблюдения, а также практические предложения.

Немного позднее была создана «Экономическая таблица» (1758 г.) Франсуа Кене (1694 – 1774 гг.), которая сама по себе являлась первой моделью общественного производства. Данная модель описывала движение богатства между классами общества. Также стоит отметить несколько основных положений «Экономической таблицы». Основой экономического строя в соответствии со взглядами физиократов, являлось сельское хозяйство, а также физиократы считали, что только земледелие способно создавать добавленную стоимость. Таблица показывала, как доход от продажи сельскохозяйственных продуктов возвращается обратно, создавая кругооборот.

Позднее вышел второй вариант работы Кене «Арифметическая формула» которая была опубликована в 1766 году. «Арифметическая формула» является математическим представлением «Экономической таблицы». В свою очередь данный труд очень высоко оценил Карл Маркс, назвав его: «Самой гениальной попыткой и идеей которые только выдвинула до сего времени политическая экономия».

Далее речь пойдет о работе Антуана Огюста Курно (1801 – 1877 гг.) под названием «Исследование математических принципов теории богатства» (1838 г.) является первой работой, применившей математический подход к экономике, чтобы анализировать такие концепции как спрос, предложение и конкуренция. Данная работа заложила основу для использования математических методов в экономической теории и считается предвестником маржинализма.

Немногим позднее выходит трактат Джона Стюарта Милля (1806 – 1873 гг.) «Основания политической экономии» (1848 г.), данная работа является систематическим изложением классической буржуазной политической экономии, основанное на работах Давида Рикардо. Книга связывает экономические положения с актуальными, на тот момент времени социально-политическими проблемами. Данный трактат считается одним из ключевых произведений классической экономической литературы 19-ого века.

Благодаря проведенным исследованиям, можно заметить, что математический инструментарий, которым пользуются представители политической экономии начиная с 40-ых годов XIX века, становится более изощренным, что само по себе является признаком прямой интеграции математической науки в политическую экономию.

Таким образом можно отметить, что фактически родоначальником математической экономической школы является французский учёный Антуан Огюст Курно, с его трудом «Исследование математических принципов теории богатства».

Оптимальным вариантом для развития математического моделирования стала неоклассическая экономическая школа. Для данной школы характерны принципы маржинализма (теории предельной полезности), которые как оказалось являются наилучшей почвой для проведения надлежащих исследований и построения различных математических моделей. Несмотря на то, что изначально применение математических моделей в неоклассической экономике сводилось в основном к исследованию различного рода анализу социально-экономических явлений, позже математические модели стали очень востребованы в изучении механизмов работы рыночной системы, конкуренции и системы общеэкономического равновесия.

Постепенно наука, стала принимать за услуги и важность математического моделирования, которое начало применяться во многих науках кроме экономики. Периодом своего рода научного признания математического моделирования считается XX век. И несмотря на то, что моделирование развивалось обособленно в каждой из наук в которой оно применялось (в связи с чем не имела общей терминологии) её важность уже нельзя было отрицать. Таким образом, с течением времени математическое моделирование стало восприниматься как неотъемлемая часть универсального метода научного познания.

Для данной работы представляет интерес функция Эйльхарда Альфреда Мичерлиха (1874 – 1956 гг.) которую он представил в 1909 году. Функция описывает зависимость урожайности сельскохозяйственной культуры от количества вносимых удобрений. В отличие от линейной модели, где каждый дополнительный килограмм удобрений увеличивает урожайность на одну и ту же величину, функция Мичерлиха учитывает, что после достижения определенного уровня, дополнительное внесение удобрений может замедлить рост, остановить его или даже привести к снижению урожайности. Это один из ранних примеров использования математических моделей для анализа реальных экономических процессов в сельском хозяйстве, демонстрирующий важность нелинейных подходов для более точного моделирования.

Значительный вклад в исследование внесла работа американских ученых Чарльза Кобба (1875–1949 гг.) и Пола Дугласа (1892–1976 гг.), опубликованная ими в 1928 г. под названием «Теория производства». Именно в данной статье была эмпирически протестирована производственная функция, предложенная в виде идеи Кнутом Векселем (1851 – 1926 гг.) [2]. В данной модели Кобб и Дуглас связали вместе работу капитала, труда и выпуска продукции.

В этом же году (1928 г.) в работе «Математическая теория сбережений» была сформулирована идея модели Рамсея-Касса-Купманса. Данная модель является основой неоклассической теории экономического роста. Она показывает, как экономика достигает своего устойчивого долгосрочного состояния, основанного на сбережениях, инвестициях и потреблении. Фрэнк Рамсей (1903 – 1930 гг.) сформулировал идею моде-

ли, в которой общество решает, сколько потреблять и сколько сберегать, чтобы максимизировать полезность на протяжении всего времени. Он заложил фундамент для данной модели, связав решения потребителей с нормой сбережений.

Дэвид Кас (1937 – 2008 гг.) и Тьяллинг Чарльз Купманс (1910 – 1985 гг.) в своих работах «Оптимальный рост в агрегированной модели накопления капитала» одновременно и независимо друг от друга в период с 1963-1965 года развили и математически формализовали модель Рамсея-Касса-Купманса. Они показали, как прийти к оптимальным решениям для сбережений и потребления в условиях экономической динамики и конкуренции.

С 1932 года значительный вклад начал вносить в экономику выдающийся математик Джон фон Нейман, исследования которого были направлены на выявления динамического равновесия расширяющейся экономики. Его модели были построены в рамках действия принципов неоклассической экономической школы.

Джон фон Нейман является основоположником «теории игр», которая стала математической основой для анализа конкурентной экономики и моделирования стратегического взаимодействия. Основная идея была заложена ещё в его статье 1928 года в которой он разбирал игры с так называемой «нулевой суммой» в которых выигрыш одного игрока равен проигрышу другого. Основная идея данной теории заключалась в том, что в большинстве игр всегда существует равновесие, от которого ни один игрок не сможет выгодно отклониться в одностороннем порядке. Позднее выходит книга «Теория игр и экономическое поведение» которую совместно написали фон Нейман и Оскар Моргенштерн (1902 – 1977 гг.), которая в свою очередь стала классическим трудом, изложившим математические основы «теории игр» и её применение в экономике. В этой же книге была предложена теория ожидаемой полезности как метод для оценки выгоды в условиях неопределённости. Работы Джона фон Неймана легли в основу математического подхода к явлениям конкурентной экономики и стали применяться для анализа принятия решений, конкуренции и сотрудничества [3].

В 30-х годах XX-ого века внимание экономистов было сосредоточено на решение системы уравнений экономического равно-

весия. Для данных целей была использована упрощённая модель Вальраса. Модель Леона Вальраса (1834 – 1910 гг.) была представлена ещё в 1874 году в его работе «Элементы чистой экономики». Суть модели заключалась, в невозможности полного использования ресурсов при фиксированных значениях переменных технологических коэффициентов.

Венгерский математик Абрахам Вальд (1902 – 1950 гг.) в 1935 – 1937 гг. работал над созданием новых статистических инструментов, которые нашли применение в экономическом анализе, а также заложил основы статистического последовательного анализа, который стал одним из его главных достижений. Вальду удалось обнаружить сдерживающие факторы, при которых модель способна выдать неотрицательные значения переменных производственных параметров и разбил блага по критерию доступности. В своих моделях он предполагал, что некоторые (избыточные) факторы производства будут недоиспользованы и должны получить нулевую оценку, некоторые способы производства не используются, так как издержки производства превышают цену производимого продукта. В этом можно наблюдать предпосылки линейного программирования [5].

Эконометрическое общество появилось в 1931 году. Данное общество в основном занималось развитием экономической теории путём интеграции в неё статистики и математики. Одним из важных представителей данного общества является Рагнар Фриш (1895 – 1973 гг.). Считается, что именно Фриш ввёл термин «эконометрика» в 1930 году, определив ее как науку, которая использует статистические методы для анализа и верификации экономических теорий и моделей. Его первоначальное понимание заключалось в том, что эконометрика объединяла экономическую теорию, математику и статистику для количественной оценки экономических явлений.

В 1936 году Василий Васильевич Леонтьев (1906 – 1999 гг.) опубликовал основы метода (модели) «затраты – выпуск». Леонтьев в своих работах активно опирался на исследования баланса народного хозяйства, проведённые советскими учёными-экономистами в период 1923 – 1924 гг. Одной из основных элементов работы Леонтьева были технические коэффициенты, представленные Л. Вальрасом. Ценообра-



зование в данной работе представлено при помощи неоклассических принципов. Ограничивающим фактором здесь выступает труд, создающий нулевую прибыль, нет прибавочной стоимости, весь национальный доход реализуется на заработную плату, а также в структуру цены добавляется норма процента. Модель интерпретируется через неоклассические принципы, в которых отсутствует взаимозаменяемость факторов производства [1].

В 1939 году вышла работа Леонида Витальевича Канторовича «Математические методы организации и планирования производства», данную работу можно считать основоположником нового направления в экономическом моделировании, а именно линейного программирования. Основной задачей линейного программирования в данном случае является рассмотрение лучшего решения из всех возможных, которые в свою

очередь будут удовлетворять систему линейных равенств или неравенств.

Значительную роль в разработке моделей роста сыграл Роберт Солоу (1924 – 2023 гг.). В статье «Вклад в теорию экономического роста» (1956 г.), он предложил модель включающую в себя неоклассическую форму производственной функции, постоянный эффект масштаба, убывающую отдачу факторов, положительную эластичность замены факторов, а также постоянную норму сбережения. Данная модель в свою очередь привела к появлению многочисленных исследований в области неоклассических моделей роста.

Также стоит упомянуть о значительном вкладе в изучение плановой экономики таких советских учёных как Новожилов Виктор Валентинович (1892 – 1970 гг.) и Василий Сергеевич Немчинов (1894 – 1964 гг.).

Характеристика ключевых математических моделей, оказавших влияние на развитие экономической теории

Автор модели	Тип	Используемый математический аппарат	Задача	Влияние на экономическую теорию
Вильям Петти	Политическая арифметика	Количественный анализ	Исследование общественных явлений	Основы количественного подхода в экономике
Франсуа Кене	Экономическая таблица и арифметическая формула	Математическое моделирование и математические соотношения	Движение богатства между социальными классами и анализ кругооборота в экономике	Основы физиократии; первый подход к общественному производству и математическое выражение экономических взаимоотношений
Антуан Огюст Курно	Теория богатства	Математические методы	Анализ спроса и предложения	Основание для маржинализма и математического анализа в экономике
Джон Стюарт Милль	Политическая экономия	Математические подходы	Связь экономических теорий с социально-политическими вопросами	Систематизация классической экономической теории
Василий Леонтьев	Модель «затраты – выпуск»	Математический подход к созданию межотраслевого баланса	Оптимизация производственных процессов	Развитие теории; основа для анализа межотраслевых связей
Леонид Канторович	Линейное программирование	Линейные уравнения и неравенства	Оптимизация ресурсов	Основы линейного программирования в экономике
Роберт Солоу	Неоклассическая модель роста	Производственная функция	Исследование экономического роста	Развитие неоклассической теории роста
Эдмунд Фелпс	Модель безработицы и инфляции	Математическая модель оптимального роста	Анализ взаимосвязи безработицы и инфляции	Разработка концепции равновесного уровня безработицы и появления ключевого условия оптимальности в теории экономического роста

Источник: составлено авторами.

Одни из самых знаковых работ В.С. Новожилова, относятся к исследованию оптимизации народного хозяйствования. Он создал модель, в которой исследовал оптимальный объём вложения средств в производство, который при этом сохранял тенденцию к максимизации темпов роста производительности труда. Ленинская премия (1965; совместно с Л.В. Канторовичем и В.С. Немчиновым).

В 1958 г. Немчинов В.С. организовал первую в СССР лабораторию экономико-математических исследований, на базе которой в 1963 г. был создан Центральный экономико-математический институт АН СССР. Основными трудами Немчинова были многочисленные исследования функционирования различного рода социальных явлений, сельскохозяйственного и промышленного производств, а также их закономерностей в реалиях народного хозяйствования и советского рынка.

Ещё одним значимым человеком в развитии математико-экономической мысли является именно Фелпс Эдмунд (1933 – настоящее время.). Одними из критически важных исследований Фелпса являются исследования инфляции и безработицы. Основопологающим фактором позволяющим нанимать новых сотрудников, в его модели, являются денежные средства. Оплата в данном случае является основным параметром стимуляции, однако она также сопровождается закономерным ограничением объёмов труда. Фелпс утверждал, что равновесный уровень безработицы достигается неденежными методами. В теории роста Фелпс сформулировал «золотое правило» в котором отдача на капитал равняется тратам на его воспроизводство, все современные теории экономического роста используют его как ключевое условие оптимальности [4].

Для более глубокого анализа и лучшего понимания вклада и влияния моделей, рассматриваемых в данной работе, рассмотрим таблицу, в которой систематизированы характеристики ключевых математических моделей, оказавших значительное воздействие на развитие экономической теории (таблица).

### Заключение

В процессе проведенного научного анализа были детально изучены многочисленные фундаментальные труды отечественных и зарубежных исследователей, посвященные актуальным вопросам экономики и методологии математического моделирования экономических процессов. Благодаря проведенному исследованию можно заметить эволюционный путь интеграции математики и математического моделирования в экономику. Как показывает данная работа, изначально интеграция математического анализа в экономику, началась с рассуждения над проходящими процессами в обществе и политической экономике через призму математических исчислений. Позднее работы становились всё более комплексными и сложными с точки зрения математического моделирования. Учёные уже не просто стремились описать происходящие в экономике процессы, а начинали создавать модели, которые позволяют математически просчитать экономический эффект от того или иного действия или вложения средств. Впоследствии были созданы институты и научные общества, которые стали создавать детальные модели работ ценообразования, спроса и предложения, производства и прочих экономических элементов. Таким образом, экономическая система стала гораздо более изученным контролируемым и предсказуемым явлением, чем раньше и всё это во многом благодаря усилиям учёных и инструментам математического моделирования.

### Библиографический список

1. Гвоздкова И.А. Основы математического моделирования социально-экономических процессов + Приложение: учебник. М.: КноРус, 2021. 266 с. ISBN 978-5-406-01893-4.
2. Макаров С.И., Курганова М.В., Нуйкина Е.Ю. и др. Методы моделирования и прогнозирования в экономике: учебное пособие / под ред. С. И. Макарова. М.: КноРус, 2021. 179 с. ISBN 978-5-406-07057-4.
3. Макаров С.И., Курганова М.В., Нуйкина Е.Ю. и др. Методы оптимальных решений (Экономико-математические методы и моделирование): учебное пособие / под ред. С.И. Макарова. М.: КноРус, 2022. 298 с. ISBN 978-5-406-09775-5.

4. Лазарев М.П., Балычев С.Ю., Невредин А.Р. и др. Финансовое моделирование в фирме: учебник / под ред. Е.А. Федоровой. М.: КноРус, 2025. 237 с. ISBN 978-5-406-13353-8.
5. Никифорова Н.А., Миловидова С.Н., Иззука Т.Б. и др. Экономический анализ: учебник / под общ. ред. Н.А. Никифоровой. М.: КноРус, 2023. 582 с. ISBN 978-5-406-09633-8.
6. Губанова Е.В., Баев М.С. Экономическая теория развития и эволюции организационных форм ведения бизнеса и хозяйствования в истории второй половины средневековья и начала новой истории // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2025. № 2-2. С. 168-173. DOI: 10.17513/vaael.3999.
7. Губанова Е.В., Баев М.С. Экономическая теория развития и эволюции организационных форм ведения бизнеса и хозяйствования на примере древних государств // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2024. № 4-2. С. 204-209. DOI: 10.17513/vaael.3382.
8. Набиуллина К.Р. Экономико-математическое моделирование в управлении градоэкономическими процессами // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2022. № 1-1. С. 89-96. DOI: 10.34670/AR.2022.48.97.011. EDN: AYXEIY.
9. Клейнер Г.Б. Флагман экономико-математического и компьютерного моделирования: 60 лет в строю // Экономика и математические методы. 2023. Т.59. № 3. С. 5-20. DOI: 10.31857/S042473880027042-5. EDN: KMUEFE.
10. Розыева О., Гельдимырадов Г., Мырадова М. Использование математического моделирования в экономике: история развития // IN SITU. 2022. № 5. С. 7-9. EDN: LEETED.